



دانشکده علوم پایه

گروه فیزیک

دستور کار

آزمایشگاه فیزیک پایه I (مکانیک)

تهیه و تنظیم: آزمایشگاه فیزیک پایه

آموزش نرم افزار میپل .....	۴
دستگاه های اندازه گیری و طرز کار آنها .....	۷
بررسی قانون هوک .....	۱۱
بررسی نیروی اصطکاک .....	۱۶
بررسی حرکت پرتابی .....	۱۹
ترکیب و تجزیه نیروها و کار با فرقره ها .....	۲۲
حرکت بر روی خط راست .....	۲۹
ماشین آتود .....	۳۳
برخورد کشسان و غیر کشسان .....	۳۶
آونگ پیچشی .....	۴۳
آونگ فیزیکی .....	۴۶
ژیروسکوپ .....	۵۱

در تهیه گزارش کار نکات زیر باید مورد توجه قرار گیرد:

- موضوع آزمایش - نام و نام خانوادگی - تاریخ انجام آزمایش - تاریخ نوشتن گزارش کار
- هدف از انجام آزمایش
- وسایل مورد نیاز و دقت آنها
- تئوری آزمایش با ذکر روابط و رسم نمودارها
- روش انجام آزمایش
- انجام محاسبات و محاسبه خطا
- پاسخ دادن به سوالات آخر هر دستور کار
- استنباط شخصی از آزمایش

مقدمه:

این دستور کار با توجه به امکانات آزمایشگاهی موجود جمع‌آوری شده است و مطمئناً عاری از اشتباه نخواهد بود. لذا از کلیه اساتید و دانشجویان محترم بعلت وجود بعضی از نقایص عذر خواهی نموده و منتظر نظرات سازنده شما هستیم.

ویرایش: بهمن ماه ۱۳۹۴

آزمایشگاه فیزیک

دانشگاه قم

## آموزش Maple

میپل نرم افزار بسیار قدرتمندی برای انواع مختلف محاسبات ریاضی از مقدماتی تا پیشرفته است. میپل قادر است کلیه محاسبات ریاضی را از اعمال چهارگانه، توان و ریشه گرفتن، محاسبه فاکتوریل اعداد، محاسبات ساده و پیشرفته مثلثاتی و لگاریتمی و غیره گرفته تا محاسبه حد، مشتق و انتگرال توابع، رسم توابع دو بعدی و سه بعدی، انواع محاسبات ماتریسی و حل معادلات معمولی و دیفرانسیلی انجام دهد. بنابراین دانش آموزان و دانشجویان برای درک مفاهیم علمی و ریاضیدانان حرفه ای و مهندسیین برای کارهای تحقیقی و کاربردی می توانند از آن استفاده کنند.

لازم به ذکر است که این نرم افزار به وسیله گروه تحقیقاتی دانشگاههای "واترلو" و "درکسل" و نیز موسسه تکنولوژی فدرال سوئیس در زوریخ در دهه ۱۹۸۰ میلادی توسعه یافت و هم اکنون نسخه ۱۰ آن تحت نام MAPLE 10 در بازار موجود می باشد.

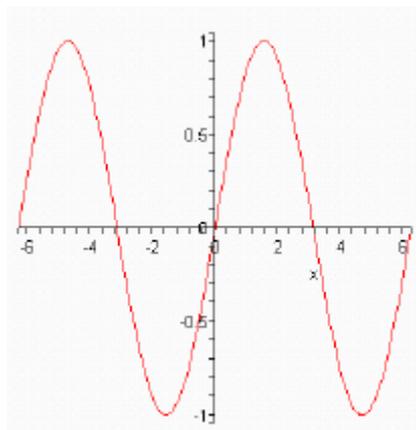
MAPLE میتواند توابع یک متغیره، منحنی های مسطح، توابع دو متغیره و رویه های سه بعدی را رسم کند. این نرم افزار میتواند نمودارهای پارامتری را رسم کند و توانایی های انیمیشن سازی را به کار گیرد.

نحوه نوشتن دستور لازم برای رسم یک عبارت یا تابع بر حسب  $x$  به صورت زیر است :

$plot(f(x), x = a..b)$

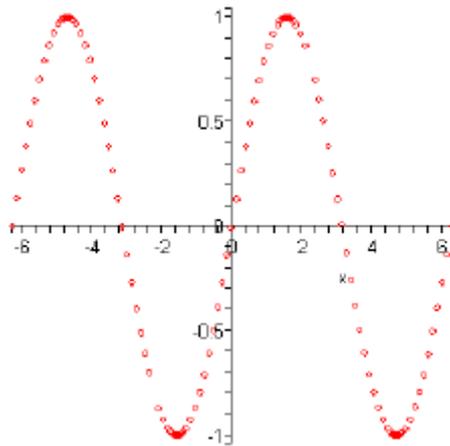
به عنوان مثال برای رسم تابع  $y = \sin x$  که در بازه  $-2\pi \leq x \leq 2\pi$  باید به صورت زیر عمل کنیم.

$plot(\sin(x), x = -2 * Pi..2 * Pi);$



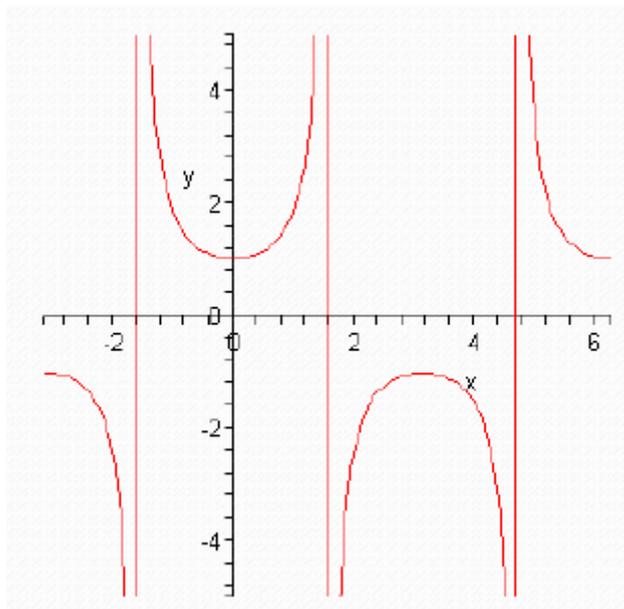
همانطور که می بینید، در MAPLE نمودار در فایل جاری ظاهر می شود. روی نمودار کلیک چپ کنید. یک مستطیل نمودار را احاطه می کند. حال هشت نقطه ملاحظه می کنید، با استفاده از این نقاط می توان اندازه نمودار را تغییر داد. توجه کنید که منو بار و ابزار نیز تغییر می کند که با استفاده از کلید های آن می توان ظاهر نمودار را به صورت دلخواه تغییر داد.

حال اگر روی نمودار کلیک راست کنید، یک منوی موضوعی جدید ظاهر می شود که با استفاده از گزینه های موجود در آن می توان نمودار را دقیق تر کنترل کرد. به عنوان مثال از زیر منوی **Style** گزینه **Point** را انتخاب کنید. نمودار حاصل مجموعه ای از نقاط است که نمودار را نمایش می دهند.



سعی کنید دستور `plot(sec(x), x=-pi..2*pi)` را رسم کنید. به ناپیوستگی ها در نقاط  $x = -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$  در نمودار خود توجه کنید. حال در نمودار دیگری برد تابع را محدود می کنیم تا نموداری واضح تر بدست آوریم:

```
> plot(sec(x), x = -pi..2*pi, y = -5..5);
```



لذا برای رسم  $y = f(x)$  که  $c \leq y \leq d, a \leq x \leq b$ ، در میپل، از دستور زیر استفاده می کنیم:

`plot(f(x), x = a..b., y = c..d)`

### نمودار نقاط:

در میپل می توان نقاط  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  را با استفاده از دستور

`plot([x1, y1], [x2, y2], ..., [xn, yn])` رسم کرد:

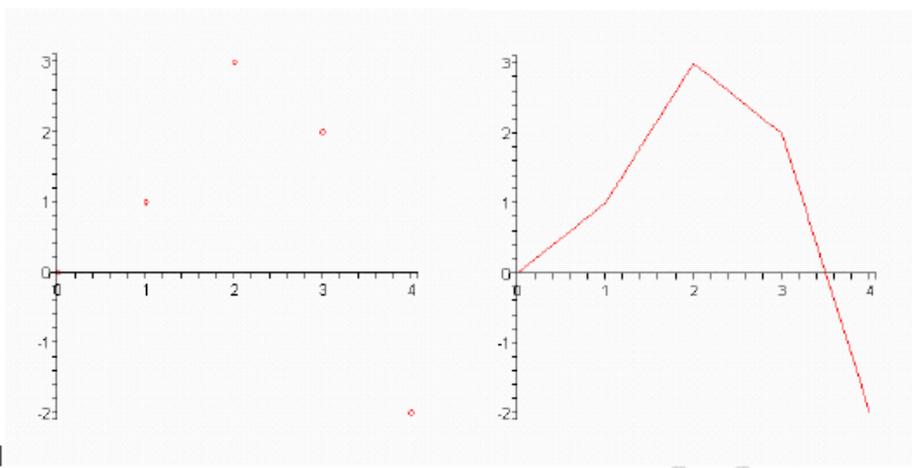
`> L := [[0,0],[1,1],[2,3],[3,2],[4,-2]]:`

(۱)

`> plot(L);`

`> plot(L, style = point);`

(۲)

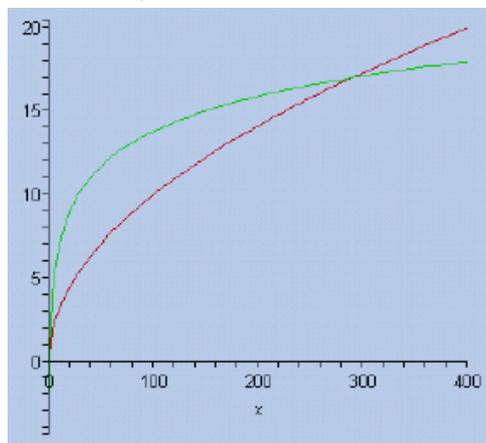


توجه کنید که میپل بطور پیش فرض خطوط را بین نقاط رسم می کند. برای رسم نقاط بدون خط دستور را به شکل دوم تایپ کنید.

### نمودارهای چند گانه:

برای رسم دو تابع  $y = \sqrt{x}, y = 3 \log(x)$  دستور زیر را وارد کنید. در صفحه نمایش هر نمودار با رنگ متفاوت رسم می شود.

`> plot([sqrt(x), 3*log(x)], x = 0..400);`



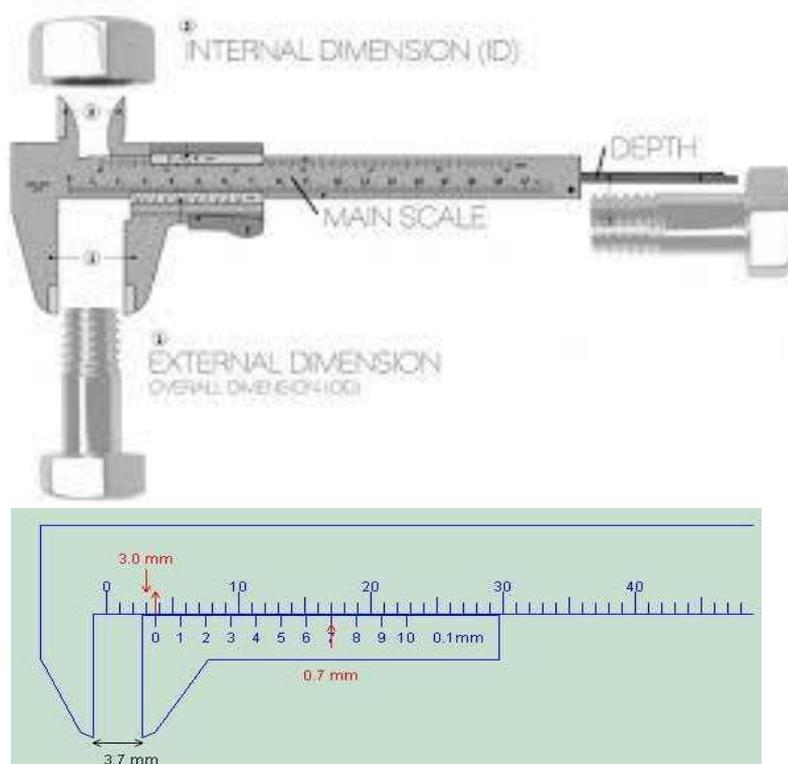
## آزمایش ۱: دستگاههای اندازه گیری و طرز کار آنها

**هدف آزمایش:** آشنایی با دستگاههای اندازه گیری و طرز کار آنها

**وسایل آزمایش:** کولیس، ریز سنج، گوی سنج (اسفرومتر)، اجسام مختلف اندازه گیری

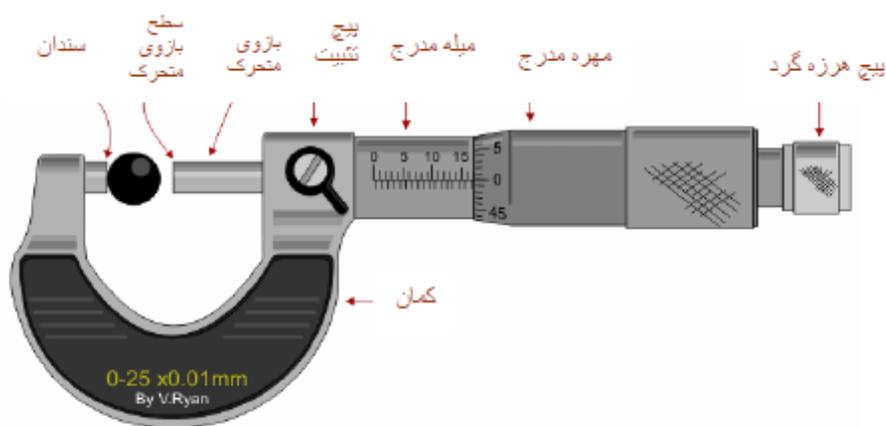
### ملاحظات نظری:

❖ **کولیس:** قطر داخلی و خارجی یک لوله را نمی توان با دقت و به آسانی با یک خط کش مدرج اندازه گرفت. برای اندازه گیری دقیق تر آنها از کولیس استفاده می شود. کولیس از ترکیب یک خط کش مدرج و یک ورنیه متحرک درست شده است. خط کش دارای دو شاخک است شاخک های کوچک برای اندازه گیری قطر داخلی و شاخک های بزرگ برای اندازه گیری قطر خارجی اجسام بکار می رود. خط کش برحسب میلیمتر مدرج شده ورنیه دارای درجه بندی کوچکی است که اغلب شامل ۱۰ قسمت بوده و معادل ۹ میلیمتر است یعنی ۹ میلیمتر در روی خط کش کوچک تر است. با این نوع کولیس به آسانی می توانیم تا  $\frac{1}{10}$  میلیمتر را اندازه بگیریم. در انواع دیگری از کولیس ها ۱۹ میلیمتر در روی ورنیه به ۲۰ قسمت و یا  $\frac{24}{5}$  میلیمتر ورنیه به ۲۵ قسمت تقسیم شده که دقت این کولیس ها به ترتیب  $\frac{1}{20}$ ،  $\frac{1}{50}$  می باشد. قسمت تقسیم شده دقت اندازه گیری کولیس از تقسیم کردن یک درجه خط کش به تعداد تقسیمات ورنیه به دست می آید.



❖ **ریزسنج:** برای اندازه گیری ضخامت های کم (ورقه های نازک و سیم های نازک) از وسیله ای به نام ریزسنج (میکرومتر) استفاده می کنند. این وسیله از ترکیب یک پیچ و یک مهره مدرج ساخته شده است. در این وسیله، مهره استوانه ای است تو خالی که سطح خارجی آن مدرج شده است. این استوانه به کمانی متصل است که در انتهای دیگر کمان زایده ای وجود دارد که به آن سندان می گویند. پیچ در داخل کلاهکی قرار دارد و در داخل مهره حرکت می کند، کلاهک پیچ بر روی سطح خارجی مهره جابجا می شود. در صورتی که پای پیچ  $0/5$  میلیمتر باشد دور کلاهک پیچ به پنجاه قسمت و اگر پای پیچ یک میلیمتر باشد دور کلاهک پیچ به صد قسمت تقسیم می شود. به آن قسمت از پیچ که از داخل مهره خارج شده و در داخل کمان جابه جا می گردد زبانه می گویند. اگر پیچ یک دور بپیچد در نوع اول زبانه ریزسنج نیم میلیمتر جابجا می شود بنابراین وقتی پیچ به اندازه یک درجه بپیچد دهانه ریزسنج به اندازه یک صدم میلیمتر باز یا بسته می شود. بنابراین با استفاده از ریزسنج دقت اندازه گیری تا یک صدم میلیمتر بالا می رود.

برای اندازه گیری، جسم مورد نظر را بین زبانه و سندان قرار می دهند و پیچ کلاهک را آنقدر می چرخانند تا جسم با زبانه و سندان تماس پیدا کند. در هنگام چرخاندن باید دست خود را بر پیچ هرز گرد واقع در انتهای ریزسنج قرار دهید تا هنگام تماس زبانه با جسم، پیچ هرز گرد صدا کند. با شنیدن صدا عمل پیچاندن را متوقف کنید. در غیر این صورت از حساسیت وسیله کاسته می شود. درجات میلیمتر را از روی مهره و درجات صدم میلیمتر را از روی کلاهک پیچ بخوانید. عددی از مهره مدرج خوانده می شود که در امتداد خط افقی مهره قرار دارد.



❖ **اسفرومتر:** اسفرومتر وسیله ای است که برای اندازه گیری مقدار تحدب یا تقعر یک سطح از آن استفاده می کنند. پایه های اسفرومتر بر روی رئوس یک مثلث متساوی الاضلاع قرار دارند. یک اسفرومتر دارای یک خط کش و یک صفحه مدرج که به صد قسمت تقسیم شده است، می باشد. طرز خواندن اسفرومتر همانند ریزسنج می باشد. حال با توجه به این که گام

پیچ اصلی برابر ۰/۵ میلیمتر است حساب کنید که برای هر درجه صفحه گردچه تغییر مکان قائمی صورت می گیرد؟



### روش آزمایش:

با انواع کولیس و ریزسنج هایی که در اختیار دارید ابعاد و اندازه های خواسته شده در جدول زیر را اندازه گرفته و یادداشت کنید.

استوانه سوراخدار		کوره بزرگ	کوره کوچک	استوانه		مکعب مستطیل			نوع جسم
قطر خارجی	قطر داخلی	قطر	قطر	طول	قطر	ارتفاع	عرض	طول	بعد
									کولیس $\frac{1}{10}$
									کولیس $\frac{1}{50}$
									ریزسنج

برای تعیین شعاع انحنای عدسی های محدب و مقعر ابتدا اسفرومتر را بر روی شیشه معمولی تخت قرار دهید و مشاهده کنید که صفر صفحه مدرج بر صفر خط کش منطبق است یا خیر؟ در صورت عدم انطباق ابتدا اندازه گیری را مشخص کنید، سپس اسفرومتر را داخل عدسی مقعر که در اختیار دارید قرار دهید و  $h$  ارتفاع عرقچین کروی را به دست آورید. همچنین  $a$  فاصله پیچ متحرک را از هر یک از سه پایه ثابت اندازه گیری نموده و مقدار میانگین آنها را  $a$  (شاخص اسفرومتر) در نظر بگیرید. با قرار دادن مقادیر  $a$  و  $h$  در رابطه زیر شعاع انحنای عدسی مقعر را به دست آورید.

$$R = \frac{a^2 + h^2}{2h}$$

همین عمل را برای عدسی دیگری نیز انجام دهید و  $R$  بدست آمده از آن را با حالت اول مقایسه نمایید.

### پرسش :

۱. در یک کولیس ورنیه، ۳۹ میلیمتر در روی ورنیه به ۲۰ قسمت تقسیم شده است دقت اندازه گیری این کولیس ورنیه چقدر است؟
۲. در اسفرومتر رابطه  $R = \frac{a^2 + h^2}{2h}$  را ثابت کنید.
۳. اگر گام پیچ ریزسنج یک میلیمتر و کلاهک به ۵۰ قسمت تقسیم شده باشد دقت آن چقدر است؟

## آزمایش ۲: بررسی قانون هوک

### هدف آزمایش:

- اندازه گیری ضریب سختی فنر
- تعیین ثابت گرانش به وسیله فنر
- تعیین جرم موثر فنر در حرکت نوسانی
- به هم بستن فنر ها

### وسایل آزمایش:

فنر با قطرهای مختلف، وزنه های قلاب، خط کش مدرج با شاخص، پایه، میله و گیره، کرنومتر

### ملاحظات نظری:

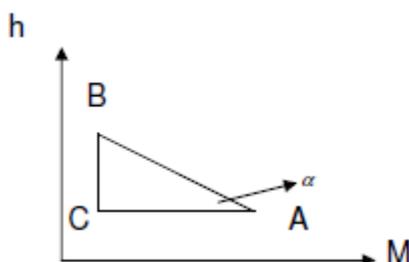
اگر به یک جسم قابل ارتجاع مثلاً فنر وزنه ای به جرم  $m$  آویزان شود نیرویی بر فنر وارد می شود و فنر افزایش طول پیدا می کند. طبق قانون هوک، نیروی  $F$  وارد بر جسم متصل به فنر متناسب با میزان جابجایی آن از وضعیت اولیه  $X$  می باشد.

$$F = -KX \quad (1)$$

که در این رابطه  $K$  ضریب سختی فنر می باشد. با توجه به این که  $F = mg$  بنابراین داریم:

$$mg = -KX \quad (2)$$

اگر منحنی افزایش طول فنر  $h$  بر حسب افزایش وزن وزنه های مختلف رسم گردد در محدوده خاصیت کشسانی فنر خط مستقیمی مطابق شکل زیر بدست می آید که می توان در این قسمت شیب خط ( $n$ ) را بدست آورد.



بنابراین داریم:

$$X = -\frac{g}{k} m \equiv nm \Rightarrow k = -\frac{g}{n}$$
$$n = \tan \alpha = \frac{BC}{AC} \quad (3)$$

هنگامی که جسمی به جرم  $m$  به انتهای فنر آویخته شود دستگاه پس از افزایش طول فنر به میزان  $X$  دوباره به حالت تعادل میرسد در این حالت نیروی عکس العمل فنر  $(-\frac{X}{n}g)$  در خلاف جهت افزایش طول بر جسم وارد شده و نیروی وزن را خنثی می کند. اگر وزنه متصل به فنر را از حال تعادل خارج نموده و سپس رها کنیم مجموعه فنر و وزنه در امتداد قائم شروع به نوسان می کند. اگر از جرم فنر صرف نظر کنیم با استفاده از قانون دوم نیوتن و قانون هوک داریم:

$$F = ma$$

$$F = -KX$$

$$ma = -KX \Rightarrow m \frac{d^2 X}{dt^2} = -KX$$

جواب  $X$  در معادله دیفرانسیل اخیر به صورت  $X = A \sin(\sqrt{\frac{K}{m}}t)$  می باشد. اگر سرعت زاویه ای نوسانات جرم متصل به فنر برابر  $\omega$  باشد داریم:

$$X = A \sin \omega t \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

و بدین ترتیب در مورد زمان تناوب نوسانات وزنه داریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \quad (4)$$

در حالت واقعی تر اگر جرم فنر  $m_s$ ، در مقابل جرم وزنه  $m$ ، قابل توجه باشد بجای  $m$  در معادله حرکت فوق  $M'$  را قرار می دهیم بطوریکه:

$$M' = m + fm_s$$

جرم موثر فنر  $fm_s$

جرم فنر  $m_s$

ضریب جرمی  $f$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M'}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{m + fm_s}{K}}$$

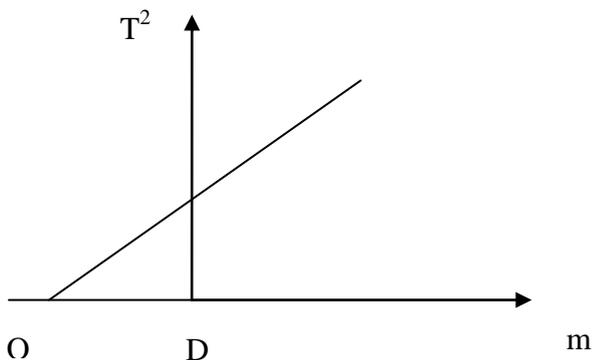
به این ترتیب ضریب جرمی فنر نشان می دهد که چه کسری از جرم فنر را جزء جرم وزنه حساب می کنیم.

اگر بجای  $K$  در رابطه اخیر مقدار  $K = -\frac{g}{n}$  قرار دهیم خواهیم داشت:

$$\frac{T^2}{m + fm_s} = \frac{4\pi^2 n}{g} \Rightarrow 4\pi^2 \frac{m + fm_s}{g} n \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m + fm_s}{g} n} \quad (5)$$

اگر منحنی  $T^2$  بر حسب  $m$  را رسم کنیم خط مستقیمی بدست می آید که شیب آن برابر  $T^2/m$  بوده و از اینجا مقدار  $g$  و  $fm_s$  محاسبه می شوند. قطعه خط  $OD$  روی محور  $m$  مقدار جرم موثر فنر را بدست می دهد. برای محاسبه  $g$  داریم:

$$\frac{T^2}{m} = \frac{4\pi^2 \cdot n}{g} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow g = \frac{AC}{BC} \cdot 4\pi^2 \cdot n \quad (6)$$



**روش انجام آزمایش :**

• اندازه گیری ثابت فنر

الف: روش تعادلی

۱. فنر را از گیره آویزان کنید سپس وزنه های ۵۰ و ۱۰۰ و ۱۵۰ و ۲۰۰ گرمی را بر روی کفه قرار دهید و تغییرات طول فنر را به ازای هر کدام اندازه بگیرید و در جدول زیر یادداشت کنید. هشدار: مراقب باشید فنر حالت کشسانی خود را از دست ندهد برای این کار سعی کنید وزنه های سبک تر به آن آویزان کنید.

۲. از رسم منحنی  $X$  بر حسب  $m$  مقدار شیب خط  $(n_1)$  و ضریب ثابت هر دو فنر را بدست آورید.

$m$	$X$	$n_1$	$k$	مشخصات فنر
				فنر با قطر بزرگتر
				فنر با قطر کوچکتر

ب: روش نوسانی

۱. فنر را از گیره آویزان کنید سپس وزنه های ۵۰ و ۱۰۰ و ۱۵۰ و ۲۰۰ گرمی را بر روی کفه قرار دهید و بگذارید به حالت تعادل برسد. حال فنر را با یک دامنه کوچک از حال تعادل رها کرده و بگذارید نوسان کند. زمان ۵ تا ۱۰ نوسان کامل را به ازای هر کدام از وزنه ها اندازه بگیرید و در جدول زیر یادداشت کنید.

۲. از رسم منحنی  $T^2$  بر حسب  $m$  مقدار شیب خط ( $n_r$ ) و  $K$  ضریب ثابت هر دو فنر را بدست آورید.

مشخصات فنر	k	$T^r$	$T = \frac{t}{n}$	t	m
فنر با قطر بزرگتر					
فنر با قطر کوچکتر					

تذکر: تعداد نوسان را بسته به فنر و جرم متصل شده به آن انتخاب کنید. توجه داشته باشید که در طی آزمایش، نوسان میرا نشود.

• تعیین  $g$  بوسیله فنر و تعیین جرم موثر فنر سنگین :

۱. وزنه های ۱۵۰ و ۲۰۰ و ۲۵۰ گرم را از فنر سنگین آویزان کرده و آن را در سطح قائم با دامنه یک تا دو سانتیمتر به نوسان در آورید .
۲.  $t$  زمان ۱۰ نوسان را در هر حالت اندازه گیری کنید و مقدار  $T$  پریرود  $T$  را در هر حالت بدست آورید و در جدول زیر یادداشت کنید.

مشخصات فنر	$m_s$	$T^2$	t	T	m	$\frac{T^r}{m}$
فنر سنگین						

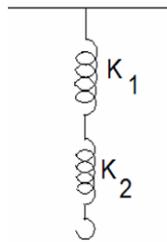
۳. منحنی  $T^2$  نسبت به  $m$  را رسم کنید و از روی شیب آن،  $\frac{T^r}{m}$  را بدست آورید و با استفاده از رابطه (۶) مقدار  $g$  را محاسبه کنید. هر گاه منحنی فوق را امتداد دهید محور  $m$  را در نقطه ای مانند  $D$  قطع می کند مقدار  $DO$  را که مساوی جرم موثر فنر است به دست آورید و با جرم موثر فنر مقایسه کرده نتیجه را توضیح دهید.

• بهم بستن فنرها

الف: دو فنر با ضریب سختی های مختلف که مقادیر  $T$  و  $K$  آنها را قبلا محاسبه کرده اید بطور متوالی ببندید و به انتهای آنها مقادیر مشخصی وزنه (۵۰ و ۱۰۰ و ۱۵۰ گرمی) آویخته و مقدار  $K$  و  $T$  را برای این مجموعه حساب کرده و روابط زیر را تحقیق کنید.

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$$

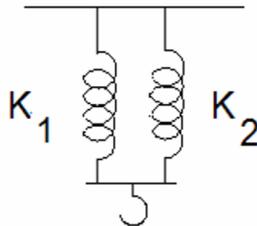
$$T^2 = T_1^2 + T_2^2$$



ب: در این حالت دو فنر را بطور موازی به هم ببندید و مانند قبل عمل نموده و از مقادیر بدست آمده  $T$  و  $K$  روابط زیر را تحقیق کنید.

$$\frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}$$

$$K = K_1 + K_2$$



تذکر: ضریب سختی فنر جدید (متوالی یا موازی) را می توان با دو روش تعادلی و نوسانی و رسم نمودارهای مربوطه پیدا کرد.

### سوال:

- ۱- حد کشسانی فنر را تعریف کنید.
- ۲- ممکن است فنر در حال نوسان علاوه بر حرکت قائم، یک حرکت آونگی هم داشته باشد. علت را در چه می دانید؟

## آزمایش ۳: بررسی نیروی اصطکاک

### هدف آزمایش:

تعیین ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین سطوح

### وسایل آزمایش:

لغزنده، نخ، کفه، قرقره ثابت، وزنه، خط کش، سطح شیب دار، ترازو

### ملاحظات نظری:

نیروی اصطکاک نیرویی است که در سطح تماس دو جسم به وجود می آید و در امتداد سطوح تماس به آنها وارد می شود و باعث کندی حرکت نسبی آنها می شود.

اصطکاک عبارت از برهم کنش بین سطوح تماس دو جسم جامد است. وقتی سطوح نسبت به یکدیگر ساکن باشند از اصطکاک ایستایی و وقتی سطوح در حرکت نسبی باشند از اصطکاک لغزشی یا جنبشی صحبت می کنیم و وقتی یکی از اجسام در امتداد سطح جسم دیگر بدون سر خوردن بغلتد از اصطکاک غلتشی صحبت می کنیم.

ماهیت میکروسکوپی نیروی اصطکاک را می توان به شرح زیر توجیه کرد:

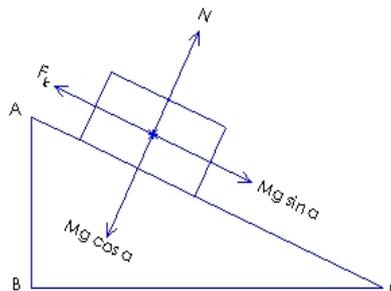
سطح جسم جامد حتی اگر به خوبی صیقل داده شود کاملاً صاف نیست و روی آن بر جستگیها و فرورفتگیها و ترکها و سایر بی نظمی های میکروسکوپی وجود دارد. وقتی سطوح دو جسم تماس می یابند برآمدگیها و فرو رفتگیها با هم درگیر می شوند و مانع حرکت نسبی اجسامی که با هم در تماس اند می شوند. نیروی اصطکاک بستگی به جنس و وضعیت سطوح تماس از لحاظ هموار یا ناهموار بودن دارد و وسعت سطح دخالتی در مقدار نیروی اصطکاک ندارد. همچنین نیروی اصطکاک با نیروی عمودی وارد بر سطح متناسب است. نسبت نیروی اصطکاک به نیروی عمودی سطح را ضریب اصطکاک می گویند چون از دو نوع نیروی اصطکاک صحبت می شود ضریب اصطکاک نیز دو نوع است:

$$\mu_s = \frac{F_s}{F_n} \text{ ضریب اصطکاک ایستایی}$$

$$\mu_k = \frac{F_k}{F_n} \text{ ضریب اصطکاک جنبشی}$$

جسمی به جرم  $m$  را روی یک سطح شیبدار در نظر بگیرید. می دانیم نیروی وزن به دو مولفه تجزیه می گردد،  $mg \cos\theta$  که عمود بر سطح تماس و  $mg \sin\theta$  که در امتداد سطح تماس دو جسم است و باعث حرکت یکنواخت جسم می شود بنابراین با نیروی اصطکاک برابر است.

$$\begin{cases} mg \sin \theta = \mu_s N \Rightarrow \mu_s = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta \\ mg \cos \theta = N \end{cases}$$



### روش آزمایش:

#### الف: اندازه گیری ضریب اصطکاک ایستایی

لغزنده را به تنهایی بر روی سطح شیبدار قرار دهید و به تدریج زاویه شیب را بیشتر کنید تا جسم در آستانه حرکت قرار گیرد. در این حالت زاویه را یادداشت کنید. حال این کار را با لغزنده های دیگر تکرار کنید و طبق رابطه فوق  $\mu_s$  را برای تمامی سطوح بدست آورده و با هم مقایسه کنید. روی لغزنده ها وزنه های کوچک گذاشته و آزمایش را تکرار کنید. چه نتیجه ای می گیرید؟ تذکر: سعی کنید افزایش زاویه سطح شیبدار به آرامی و با حرکت یکنواخت دست صورت بگیرد.

#### ب: اندازه گیری ضریب اصطکاک جنبشی

۱. لغزنده را وزن کنید و روی سطح مورد نظر قرار دهید و نخ به قلاب آن وصل کنید.
۲. نخ را از شیار قرقره ثابتی بگذرانید و سپس به کفه ای متصل کنید. حال به آهستگی در داخل کفه آنقدر وزنه بگذارید تا جسم با کوچکترین ضربه ای که به سطح زیر آن وارد می شود شروع به حرکت یکنواخت کند (شتاب صفر). در این صورت اگر وزن لغزنده  $Mg$  و وزن کفه و وزنه های داخل آن  $mg$  باشد. ضریب اصطکاک جنبشی بین دو سطح برابر است با:

$$\mu_k = \frac{m - M \sin \theta}{M \cos \theta}$$

که در آن  $\theta$  زاویه سطح شیبدار با افق می باشد. برای مقادیر و سطوح مختلف جدول زیر را کامل کنید.

نوع سطح	M	m	$\mu_s$	$\mu_k$

۳. نمودار  $m$  بر حسب  $M$  را رسم کنید و از روی شیب منحنی  $\mu_k$  را بدست آورید و با مقدار میانگین مقایسه کنید.

۴. آزمایش را برای زاویه شیب صفر درجه انجام دهید.  $\mu_k$  بدست آمده در این حالت را با مقدار میانگین مقایسه کنید.

### پرسش:

- ۱- اصطکاک ایستایی را از نظر میکروسکوپی توضیح دهید.
- ۲- عوامل خطا در انجام آزمایش را ذکر کنید.
- ۳- رابطه مربوط به ضریب اصطکاک جنبشی را اثبات کنید.
- ۴- خطای نسبی آزمایش را محاسبه کنید.
- ۵- کاربردهایی از استفاده نیروی اصطکاک در عمل را توضیح دهید.
- ۶- آیا در نتایج ضریب اصطکاک جنبشی در دو حالت زاویه دار و صفر درجه، تفاوتی وجود دارد؟ علت را بیان کنید.

## آزمایش ۴: بررسی حرکت پرتابی

هدف آزمایش: بررسی حرکت پرتابی

ملاحظات نظری:

اگر جسمی تحت زاویه ای با سرعت اولیه به هوا پرتاب شود مسیری را به صورت منحنی طی خواهد کرد حرکت چنین جسمی را پرتابی می نامند. این حرکت ترکیبی از دو حرکت افقی و عمودی می باشد پس از پرتاب چون هیچ نیرویی بر جسم اعمال نمی گردد در نتیجه شتاب آن برابر صفر می باشد و طبق قانون اول نیوتن حرکت جسم یکنواخت خواهد بود بنابراین:

$$x = v_{0x}t \quad (1)$$

$v_{0x}$  مولفه سرعت اولیه بر روی محور X ها است.

در محور عمودی چون جسم دارای جرم  $m$  است، جاذبه زمین بر آن اثر کرده و شتابی برابر  $g$  به آن می دهد. بنابراین معادله حرکت جسم را می توان به این صورت نوشت:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t \quad (2)$$

بردار سرعت اولیه دارای دو مولفه برداری بر روی محور X ها و Y ها است که بر حسب زاویه  $\theta$  به صورت زیر قابل محاسبه اند:

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta, v_{0y} = v_0 \sin \theta$$

با استفاده از رابطه بالا می توان معادله کلی حرکت جسم را در صفحه به دست آورد. اگر بین رابطه (۱) و (۲) را حذف کنیم خواهیم داشت:

$$y = xt \tan \theta - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} x^2 \quad (3)$$

چون  $\theta$  و  $y$  و  $v_0$  ثابت هستند پس معادله فوق یک معادله سهمی است (این معادله را معادله مسیر پرتابه می نامند).

زمانی که جسم در بالاترین نقطه مسیر قرار می گیرد  $y$  ماکزیمم مقدار خود را دارا می باشد. مختصات این نقطه را می توان به صورت زیر به دست آورد (نقطه اوج):

$$\frac{dy}{dx} = \tan \theta - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} 2x = 0 \quad (4)$$
$$x = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{2g}$$

با قرار دادن رابطه (۴) در معادله حرکت مقدار  $y_{\max}$  به دست می آید.

$$y_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

بیشترین مسافتی را که جسم پرتاب شده می تواند روی محور  $X$  ها طی کند (همسطح با نقطه پرتاب) برد نامیده می شود که مقدارش از رابطه زیر قابل محاسبه است :

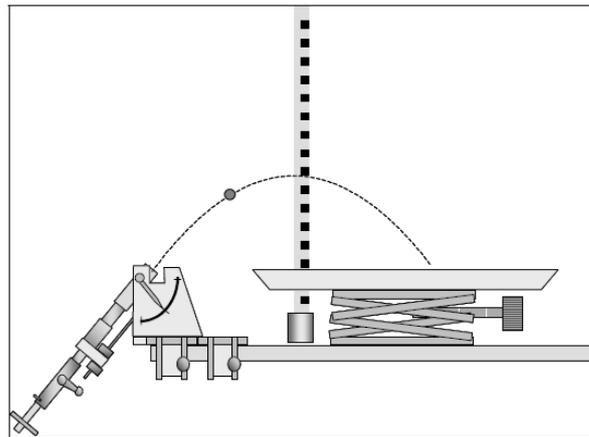
$$y = x \tan \theta - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} x^2 = 0 \quad (5)$$

$$x = 0 \rightarrow x = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

در کلیه محاسبات بالا جسم نقطه مادی فرض گردیده است و از مقاومت هوا صرف نظر شده است.

### روش انجام آزمایش :

دستگاه را مطابق شکل آماده کنید.



### نکات ایمنی:

به توصیه برچسب دستگاه پرتاب توجه کنید.

از ورود دست یا انگشت به منطقه خطر، در هنگام پرتاب خودداری نمایید.

- با شل کردن پیچ های زیر دستگاه زاویه دلخواه پرتاب را تنظیم کنید.
- ارتفاع جک را طوری تنظیم کنید که سطح شن در ارتفاع یکسان ۱۰ سانتی متر (با توپ فلزی و دستگاه پرتاب) باشد. پس از شلیک، توپ روی سطح شن فرود می آید. با استفاده از خط کش، فاصله نقطه فرود توپ روی سطح شن را تا محل پرتاب توپ اندازه بگیرید. (این فاصله همان برد پرتابه است).
- برای اندازه گیری ارتفاع ماکزیمم  $h_{max}$  از دو شاخص خط کش قائم استفاده کنید. با تکرار پرتاب می توان حدود ارتفاع اوج را با کمک شاخص ها تعیین کرد.
- آزمایش را برای دو حالت سرعت دیگر نیز انجام دهید و نتایج را یادداشت کنید.

$\theta^0$	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰
$R(m)$									
$h_{\max}(m)$									

نمودار تغییرات برد پرتابه را برحسب زاویه پرتاب، برای سرعت های مختلف (روی یک نمودار) رسم کنید. چه نتیجه ای می گیرید؟

نمودار تغییرات ارتفاع ماکزیمم پرتابه را برحسب زاویه پرتاب، برای سرعت های مختلف (روی یک نمودار) رسم کنید. چه نتیجه ای می گیرید؟

### سوال:

- ۱- آیا سرعت اولیه گلوله به زاویه پرتاب بستگی دارد؟ چرا؟
- ۲- گلوله ای به جرم  $m$  در فاصله افقی  $R$  نسبت به محل پرتاب فرود می آید. گلوله به جرم  $2m$  در چه فاصله ای فرود می آید؟ چرا؟
- ۳- چگونه می توان سرعت اولیه گلوله را در هر حالت تعیین کرد؟
- ۴- گلوله ای تحت زاویه  $45^\circ$  درجه پرتاب می شود. با فرض اینکه گلوله حداکثر یک متر در هوا اوج بگیرد. تخمین بزنید این گلوله در چه فاصله ای از محل پرتاب فرود می آید؟
- ۵- با استفاده از فرمول خطای دیفرانسیلی، درصد خطای نسبی آزمایش را تعیین کنید.

## آزمایش ۵: ترکیب و تجزیه نیروها و کار با قرقره ها

### اهداف آزمایش

- ساخت دو نیروی ناموازی  $F_1$  و  $F_2$  که برای شکل دادن نیروی  $F$  بر یک نقطه اعمال می شود. (بررسی نیروهای متقاطع)
- تجزیه نیروی  $F$  به دو نیروی ناموازی  $F_1$  و  $F_2$  که به یک نقطه وارد می شود. (بررسی مولفه های برداری یک نیرو)
- تعیین مقدار مطلق نیروهای سازنده به صورت تابعی از جهت هایشان.
- بررسی میزان کشش در قرقره های مرکب.
- اندازه گیری نیروی کششی و رابطه آن با تعداد قرقره های مورد استفاده.
- شناخت قرقره ثابت، قرقره متحرک و قرقره مرکب به عنوان ماشین های ساده.

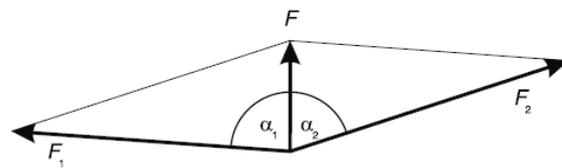
### وسایل آزمایش

تابلوی کار، ۲ عدد نیروسنج مدور 5N، پایه آهنربایی با قلاب، فنر مارپیچی، خط کش، نخ، قرقره ثابت، قرقره متحرک، قرقره مرکب، نیروسنج میله ای دقیق، وزنه های قلابدار

### ➤ ترکیب و تجزیه نیروها

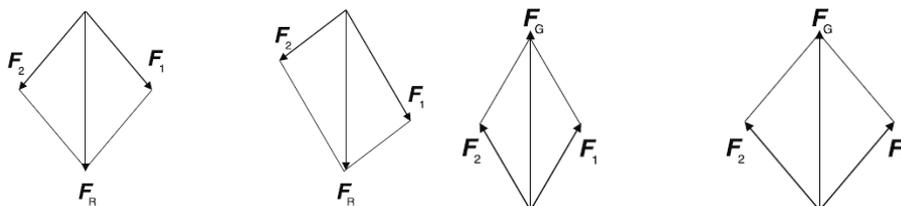
#### ملاحظات نظری

با انجام این آزمایش می توان ویژگی برداری نیروها را بررسی کرد. نقطه اثر همه نیروها در نقطه میانی دایره مدرج تابلوی آهنربایی است. اندازه هر یک از نیروها بوسیله نیروسنج و زاویه بین نیروها با استفاده از درجه بندی زاویه ای روی صفحه آهنربایی (دایره مدرج) اندازه گیری می شوند.



نیرو  $F$  به دو نیروی  $F_1$  و  $F_2$  تجزیه شده است و یا می توان گفت که نیروی  $F$  برآیند دو نیروی  $F_1$  و  $F_2$  می باشد. بنابراین:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}, \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$



در صورت عمود بودن نیروی  $F$  بر راستای افق، از تصویر کردن نیروها در راستای محور افق و عمود در متوازی الاضلاع بدست آمده در آزمایش، روابط زیر بدست می آید.

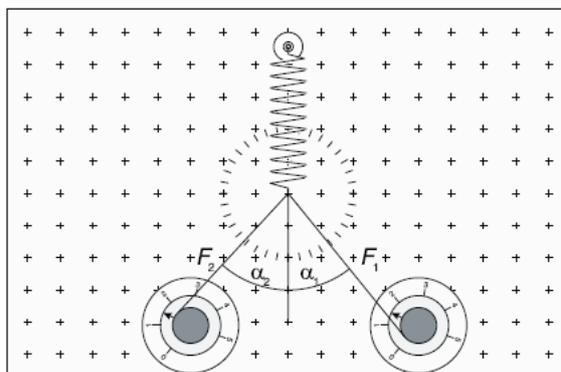
$$X : 0 = F_1 \sin \alpha_1 + F_2 \sin \alpha_2$$

$$Y : F = F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2$$

### انجام آزمایش:

#### الف) ترکیب نیروها

- با استفاده از قلاب آهنربایی، فنر را بالای نقطه مرکزی دایره مدرج بیاویزید.
- انتهای فنر را به دو نیروسنج مدور متصل کرده (مطابق شکل ۱) به شکلی که راس فنر تا مرکز صفحه مدرج دایره ای افزایش طول پیدا کند. توجه داشته باشید که نخ های متصل به نیروسنج ها همیشه مماس دایره مرکزی باشند و فنر حالت عمودی خود را حفظ کند.



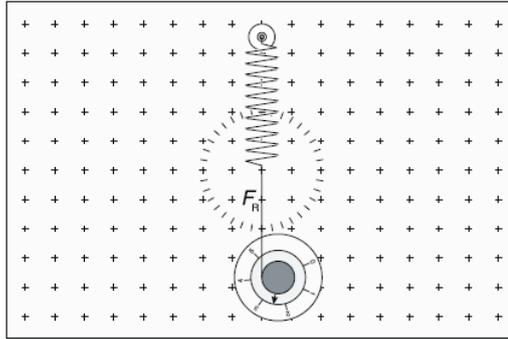
شکل ۱

- مقادیر  $F_1$  و  $F_2$  را از نیروسنج ها و زاویه های  $\alpha_1, \alpha_2$  را نسبت به راستای عمود بخوانید و در جدول ۱ یادداشت کنید.

$F_1(N)$	$\alpha_1$	$F_2(N)$	$\alpha_2$	$F_R(N)$

جدول ۱

- با استفاده از یک نیروسنج مدور، فنر را بصورت قائم به سمت پایین بکشید تا انتهای فنر همانند حالت قبل به مرکز دایره مدرج برسد. (شکل ۲)



شکل ۲

- نیروی  $F_R$  نیروسنج را بخوانید و یادداشت کنید.
- نیروهای  $F_1$  و  $F_2$  به ما برابند نیروی  $F_R$  را می دهد. این مطلب را با کامل کردن جدول ۲ تحقیق کنید.

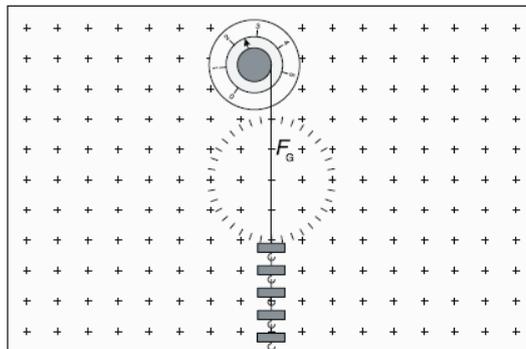
$F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2$	$F_R$	$F_1 \sin \alpha_1 + F_2 \sin \alpha_2$

جدول ۲

نکته: علامت یکی از زوایای  $\alpha_1, \alpha_2$  را منفی لحاظ کنید.

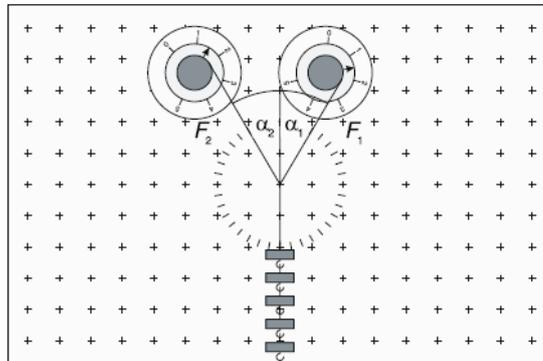
(ب) تجزیه نیروها

- یک نیروسنج مدور را روی تابلوی آهنربایی نصب کنید، یک حلقه را در قلاب نیروسنج ببندید و ۵ وزنه از آن آویزان کنید. (شکل ۳)
- نیروی  $F_G$  را که با نیروی گرانشی ۵ وزنه نیروسنج، مشابه است بخوانید و یادداشت کنید.
- قلاب نیروسنج دوم را در حلقه قرار دهید.



شکل ۳

- دو نیروسنج را حرکت داده و بچرخانید به طوری که حلقه در نقطه مرکزی دایره مدرج باشد. مطمئن شوید که نخ های نیروسنج ها مماس دایره مرکزی هر نیرو سنج باشند. (شکل ۴)



شکل ۴

- نیروهای  $F_1$  و  $F_2$  نیروسنج ها و زاویه های  $\alpha_1$  و  $\alpha_2$  را بخوانید و در جدول ۳ یادداشت کنید.
- با زاویه های مختلف  $\alpha_1$  و  $\alpha_2$  و نیروهای  $F_1$  و  $F_2$  آزمایش را تکرار کنید.

$F_1(N)$	$\alpha_1$	$F_2(N)$	$\alpha_2$	$F_G$

جدول ۳

- نیروی گرانشی  $F_G$  به دو نیروی  $F_1$  و  $F_2$  تجزیه می شود. این مطلب را با کامل کردن جدول ۴ تحقیق کنید.

$F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2$	$F_G$	$F_1 \sin \alpha_1 + F_2 \sin \alpha_2$

جدول ۴

### هشدار:

برای جابجا کردن نیروسنج ها آنها را بردارید و در محل مورد نظر قرار دهید. هیچگاه نیروسنج و پایه قلابدار را روی صفحه نکشید زیرا صفحه آسیب می بیند.

## ➤ کار با قرقره ها

### ملاحظات نظری

قرقره ثابت، قرقره متحرک و قرقره مرکب نمونه های قدیمی ماشین های ساده هستند. آنها قادرند تا نقطه عمل، جهت یا مقدار نیروی  $F$  را که برای بالا بردن بار به وزن  $G$  نیاز است تغییر دهند. (شکل ۵) وقتی یک طناب به دور یک قرقره ثابت می چرخد، می تواند با یک نیروی  $F$  معادل وزن بار، آن را به سمت پایین بکشد. بنابراین:

$$F = G \text{ (I)}$$

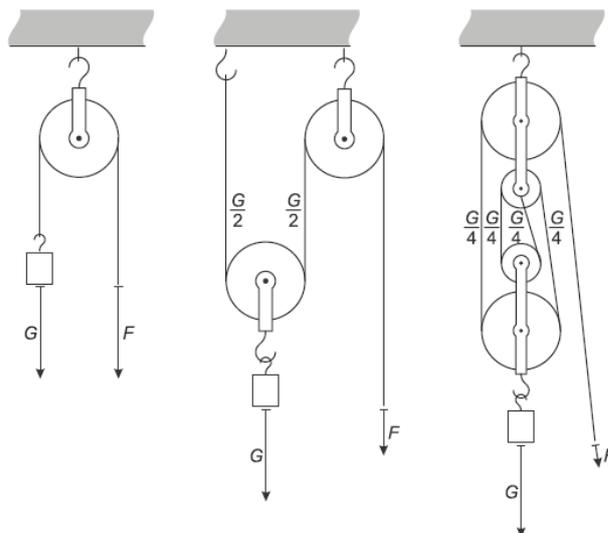
اگر یک قرقره متحرک مورد استفاده قرار گیرد، نیروی گرانش  $G$  متناسب با دو انتهای طنابی که به دور آن پیچیده است توزیع می شود.

با ترکیب کردن قرقره متحرک با یک قرقره ثابت، نیروی لازم برای بالا بردن بار برابر است با:

$$F = \frac{G}{2} \text{ (II)}$$

این اصول در ساخت وساز قرقره مرکب کاربرد دارد. اگر یک قرقره مرکب با  $n$  جفت از قرقره های ثابت و متحرک استفاده شده باشد به دلیل فشار کششی مشابه موجود میان کل طناب، نیروی کششی که در انتهای طناب مصرف می شود برابر است با:

$$F = \frac{G}{2n} \text{ (III)}$$



شکل ۵: قرقره ثابت (چپ)، قرقره متحرک (وسط) و قرقره مرکب (راست)

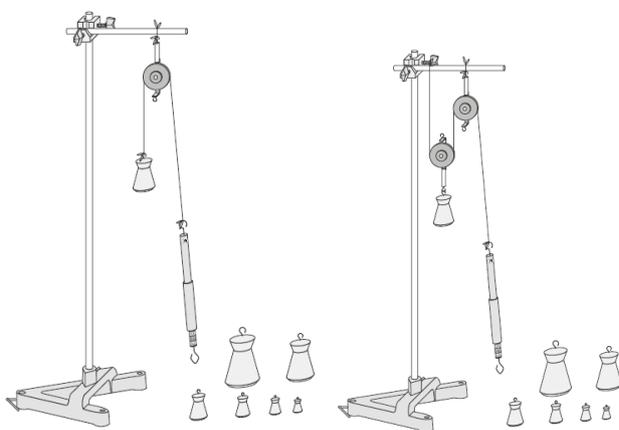
## بازده قرقره ها

در قرقره ها اگر نیروی مقاوم با  $F_R$  و تغییر مکان آن با  $S_R$  و نیروی محرک با  $F_E$  و تغییر مکان با  $S_E$  نمایش داده شود. کار مفیدی که از دستگاه گرفته می شود برابر  $F_R \times S_R$  و کاری که به دستگاه داده می شود برابر  $F_E \times S_E$  است و درصد بازده برابر خواهد بود با :

$$R = \frac{F_R \times S_R}{F_E \times S_E} \times 100$$

## انجام آزمایش

- مطابق شکل ۶ قرقره ثابت را از یک نقطه آویزان کنید.
- نخ را از روی قرقره عبور دهید و به یک سر آن وزنه و به سر دیگر نخ، نیرو سنج را متصل کنید و نیروی  $F$  را بخوانید.

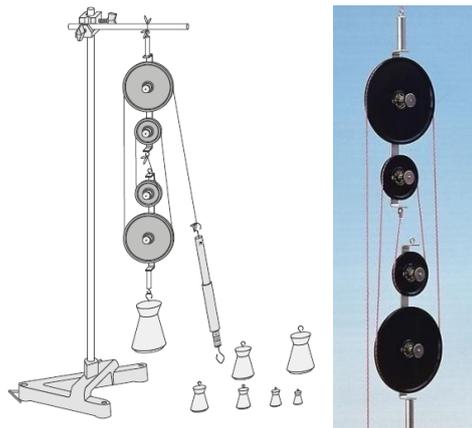


شکل ۶: قرقره های ثابت و متحرک

- آزمایش را برای یک قرقره ثابت و متحرک مطابق شکل ۶ تکرار کنید و نیروی  $F$  را بخوانید.
- یک جفت قرقره را از نقطه ای آویزان کرده (شکل ۷) و وزنه ۲ کیلوگرمی را به انتهای طناب آویزان کنید و نیروی  $F$  را که برای بالا بردن وزنه نیاز است بدست آورید.
- وزنه ها را تغییر داده و دوباره نیرو را حساب کنید.

$m(kg)$	$G(N)$	$F(N)$	
			قرقره ثابت
			قرقره متحرک
			قرقره مرکب

جدول ۵



شکل ۷: نیروی  $F$  بری بالا بردن جرم  $m$

بعد از هر اندازه گیری مقادیر حاصل را در جدول ۵ یادداشت کرده و باهم مقایسه کنید. در دستگاه قرقره های مرکب به جای نیروسنج، کفه ای قرار دهید و با گذاشتن وزنه در آن، تعادل را برقرار کنید. اکنون محل کفه و وزنه را با استفاده از خط کش بخوانید و ملاحظه کنید که به ازای پایین آوردن کفه به اندازه معین (مثلا ۲۰ سانتی متر) وزنه چقدر بالا می آید. این مسافت ها را به ترتیب  $S_R, S_E$  بنامید و بازده دستگاه را محاسبه نمایید.

### سوال:

- ۱- از آزمایش نیروها چه نتیجه ای می گیرید؟
- ۲- چگونه می توانید با استفاده از این آزمایش سختی فنر را بدست آورید؟
- ۳- از آزمایش قرقره ها چه نتیجه ای می گیرید؟
- ۴- با ذکر عوامل خطای آزمایش، چگونه می توان تا حد امکان این خطاها را کاهش داد؟
- ۵- درصد خطای نسبی آزمایش را محاسبه کنید؟
- ۶- مزیت استفاده از قرقره ها را بیان کنید.

## آزمایش ۶: حرکت بر روی خط راست

**هدف آزمایش:** اندازه گیری سرعت و شتاب خطی در حرکت بر روی خط مستقیم

**وسایل آزمایش:** دستگاه ریل هوا، تایمر دیجیتال، پمپ هوا، حسگرهای نوری، سره، وزنه

### ملاحظات نظری:

حرکت امری نسبی است. برای توصیف موقعیت و وضعیت حرکت یک جسم در فضا تعریف یک دستگاه مختصات مرجع ضروری است. مختصات یک نقطه در حال حرکت با زمان تغییر خواهد کرد. سرعت و شتاب دو کمیت برداری هستند که چگونگی حرکت هر نقطه از فضا را تعیین می کنند. سرعت یک ذره در واقع میزان جابجایی آن نسبت به زمان است. اگر ذره ای که بر روی یک خط مستقیم حرکت می کند در لحظه  $t$  در موقعیت  $x_0$  باشد و در لحظه  $t$  در موقعیت  $x$  قرار گیرد، جا بجایی آن  $x - x_0$  خواهد بود. سرعت متوسط ذره در این فاصله بنا بر تعریف عبارتست از:

$$\bar{v} = \frac{x - x_0}{t - t_0} \quad (1)$$

اگر ذره طوری حرکت کند که سرعت متوسطش در فواصل زمانی مختلف یکسان نباشد در این حالت ذره با سرعت متغیر حرکت می کند. در این مورد باید سرعت ذره را در هر لحظه پیدا کنیم. این کمیت را سرعت لحظه ای می نامیم.

$$v = \lim_{t_0 \rightarrow t} \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{dx}{dt} \quad (2)$$

اگر آهنگ جابجایی جسم در یک بازه زمانی در هر لحظه ثابت باشد در حالت  $t_0 = 0$  داریم:

$$v(t) = at + v_0 \quad (3)$$

لذا در این حرکت که حرکت با سرعت ثابت نامیده می شود مکان جسم به صورت خطی با زمان تغییر می کند.

شتاب، آهنگ تغییر سرعت با زمان تعریف می شود. اگر سرعت جسم در لحظه  $t_0$  برابر  $v_0$  و در لحظه  $t$  برابر  $v$  باشد، شتاب متوسط و شتاب لحظه ای به صورت زیر تعریف می شود:

$$\bar{a} = \frac{v - v_0}{t - t_0} \quad (4)$$

$$a = \lim_{t_0 \rightarrow t} \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{dv}{dt} \quad (5)$$

اگر شتاب جسم ثابت باشد در حالت  $t_0 = 0$  برای سرعت لحظه ای جسم می توان نوشت:

$$v(t) = at + v_0 \quad (6)$$

از این روابط با توجه به تعریف سرعت میتوان رابطه مکان جسم را با زمان به صورت زیر بدست آورد :

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \quad (7)$$

### انجام آزمایش :

(۱) حرکت با سرعت ثابت: ابتدا ریل را بوسیله پایه های آن طوری توزین کنید که با وجود روشن بودن پمپ هوا، سره در مکانی که قرار می گیرد ساکن بماند. پس از توزین ریل، سره را بر روی ریل قرار دهید. حسگرها را جابجا کنید تا فاصله بین دو حسگر 60cm شود. با استفاده از دستگاه ضربه زن سره را به حرکت در آورید. با عبور سد نوری از مقابل حسگر شروع، تایمر دیجیتال به کار می افتد و زمان ثبت می شود و هنگامیکه سد نوری از مقابل حسگر خاتمه عبور کند، تایمر دیجیتال متوقف می شود. به این ترتیب زمانی را که سره فاصله 60cm طی می کند ثبت می شود. آزمایش را برای فواصل 20,30,40,50 تکرار کنید و نتایج آزمایش را در جدول ۱ ثبت کنید.

نمودار مکان- زمان متحرک را رسم کنید. شیب نمودار را بدست آورید و درباره مفهوم بزرگی شیب نمودار بحث کنید.

$\Delta x(\text{cm})$	۶۰	۵۰	۴۰	۳۰	۲۰
$\Delta t(\text{s})$					
$\bar{v}$					

جدول ۱

تایمر دیجیتال را روی مد ۲ تنظیم کنید و سرعت لحظه ای را در محل دو حسگر شروع و پایان اندازه بگیرید. نتیجه را با شیب نمودار مکان- زمان مقایسه کنید.

(۲) حرکت با شتاب ثابت بدون سرعت اولیه : ریل را کاملا تراز کنید، سره را بر روی ریل قرار دهید بطوریکه سد نوری از میان دو شاخه هر دو حسگر عبور کند. یک سر نخ را به تیغه سوراخ دار متصل به سره و سر دیگر نخ را به نگهدارنده وزنه وصل کنید. طول نخ را طوری انتخاب کنید که نگهدارنده وزنه ضمن کشیدن سره از لبه میز تا کف آزمایشگاه جابجا شود. دو حسگر را در فاصله مشخص  $\Delta x$  از یکدیگر قرار دهید. وزنه شیاردار مناسب بر کفه وزنه و سره سوار کنید. سره را در نزدیکترین

فاصله از حسگر نوری شروع نگه دارید. به نحوی که بلافاصله پس از رها شدن سره، سد نوری در جلوی حسگر قرار گیرد و زمان ثبت شود.  
با استفاده از رابطه زیر می توان  $a$  را محاسبه کرد :

$$a = \frac{2\Delta x}{\Delta t^2}$$

آزمایش را برای فواصل مختلف تکرار کنید و نتایج خود را در جدول زیر ثبت کنید. با استفاده از جدول ۲ منحنی  $x$  بر حسب  $t$  و بر حسب  $t^2$  را رسم کنید.  
با استفاده از منحنی  $x$  بر حسب  $t^2$  شتاب حرکت را تعیین کنید .

$$a = \frac{2x}{t^2}$$

$\Delta x(\text{cm})$				
$\Delta t(\text{s})$				
$a$				

تذکر:

- برای جابجا کردن سره (در صورتی که پمپ هوا خاموش است) هیچگاه آن را روی ریل نکشید.
- بجای خاموش و روشن کردن پمپ هوا، درجه آن را کم و زیاد کنید.
- در تمام قسمت های آزمایش بجز سرعت لحظه ای، از مد ۱ تایمر دیجیتال استفاده کنید.

۳) حرکت با شتاب ثابت با سرعت اولیه : ریل را توزین کنید و حسگرها را با فاصله مشخص  $\Delta x$  از هم قرار دهید. یک سر نخ را به تیغه سوراخ دار و سر دیگر نخ را به نگهدارنده وزنه وصل کنید طول نخ را طوری انتخاب کنید که نگهدارنده وزنه ضمن کشیدن سره از لبه میز تا کف آزمایشگاه جابجا شود. سره را در فاصله دلخواه از اولین حسگر نگهدارید. سره را رها کنید. به محض رسیدن تیغه به حسگر اول، زمان سنج شمارش زمان را آغاز می کند. پس از رسیدن تیغه به حسگر دوم شمارش زمان متوقف می شود. به این ترتیب مدتی که تیغه فاصله  $x$  را طی کرده است به دست می آید. با استفاده از ترازو جرم سره، تیغه پایه دار و تیغه سوراخ دار را بدست آورید و آن را  $m$  بنامید.  $m$  جرم متحرک است. وزن نگه دارنده وزنه را بدست آورید و آن را  $F$  بنامید.  $F$  تنها نیروی موثر در حرکت متحرک است. در آزمایشهای متفاوت در دو طرف سره وزنه های سوراخ دار  $2850\text{g}$  و  $28100\text{g}$  قرار دهید. جرم متحرک از مجموع جرم سره تیغه و تیغه سوراخ دار و وزنه ها تشکیل شده است آن را  $m$  بنامید. در آزمایشهای متفاوت وزنه های شیاردار را بر نگهدارنده وزنه سوار کرده

وزن آنها را مشخص کنید (F). در آزمایشهای دیگر  $\Delta x$  را تغییر دهید و آزمایش را تکرار کنید. مقادیر  $x$  و  $t$  حاصل از آزمایش را در رابطه های زیر قرار دهید .

$$x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + V_0t_1$$

$$x_2 = \frac{1}{2}at_2^2 + V_0t_2$$

دو معادله دو مجهولی را حل کنید و مقدار  $V_0$  و  $a$  را بدست آورید. مقادیر بدست آمده  $a$  را با مقادیر

$$\text{حاصل از } \frac{F}{m+M} \text{ مقایسه کنید.}$$

درباره علت تفاوت  $a$  با  $\frac{F}{m+M}$  بحث کنید.

رابطه های دینامیکی مربوط به حرکت را بنویسید با استفاده از مقادیر جرم و نیرو  $a$  را بدست آورید

و درباره نتیجه حاصل بحث کنید.

$\Delta x(\text{cm})$				
$\Delta t(\text{s})$				
$a$				
$V_0$				
$m$				

### سوال:

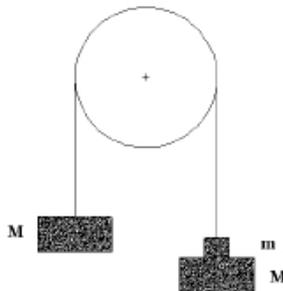
- ۱- چنانکه در ابتدا ریل هوا را تراز نکنید چه اتفاقی رخ می دهد؟
- ۲- با استفاده از روش دیفرانسیلی خطای نسبی کمیت های سرعت و شتاب را محاسبه کنید.
- ۳- چگونه می توان از روی نمودار شتاب- زمان، نوع حرکت را تشخیص داد؟

## آزمایش ۷: ماشین آتود

هدف آزمایش: تحقیق اصول دینامیک در حرکت یک بعدی به کمک ماشین آتود

ملاحظات نظری:

ماشین آتود در یک تعریف ایده آل ماشینی است که از دو جرم نامساوی که توسط نخ‌ی سبک به هم متصل شده اند و از روی قرقره بی وزن و بدون اصطکاک‌ی (که به آسانی حول محورش می چرخد) می گذرد، تشکیل شده است.



چنانچه دستگاه از حالت سکون رها شود، وزنه‌ها با شتاب ثابت در امتداد قائم شروع به حرکت خواهند کرد. با توجه به نمودار جسم آزاد و بکارگیری قانون دوم نیوتن داریم: (جهت بالا را مثبت اختیار می کنیم)

$$\text{for } M \rightarrow \sum F = Ma \rightarrow T_1 - Mg = Ma \quad (1)$$

$$\text{for } M + m \rightarrow \sum F = (M + m)a \rightarrow T_2 - (M + m)g = -(M + m)a$$

چون دیسک شتاب می گیرد، برای گشتاوری که به دیسک اعمال می شود، داریم:

$$D_1 + D_2 = -T_1 R + T_2 R = R(T_2 - T_1) = \alpha J \quad (2)$$

(قرقره را به صورت دیسک فرض کرده ایم)  $J$  گشتاور لختی دیسک و  $M'$  جرم دیسک است.

$$J = \frac{M' R^2}{2}$$

$$a = \omega R$$

$\omega$  سرعت زاویه ای و  $R$  شعاع دیسک است.

از ترکیب دو رابطه (۱) و (۲) و حذف  $T$  داریم:

$$a = \frac{T_1}{M} - g = g - \frac{T_2}{M + m} = \omega R = \frac{R^2}{M' \frac{R^2}{2}} (T_2 - T_1)$$

$$a = \frac{2}{M'} (T_2 - T_1) = \frac{mg - Ma - (M + m)a}{\frac{M'}{2}}$$

$$a \cdot \frac{M'}{2} + Ma + (M + m)a = mg$$

$$a = \frac{mg}{\frac{M'}{2} + 2M + m}$$

بدیهی است که چنانچه وزنه ها در طرفین دستگاه یکسان باشد شتاب صفر خواهد بود و دستگاه ساکن و یا دارای حرکت یکنواخت خواهد بود. (اصل ماند)

### انجام آزمایش :

#### (a) بررسی حرکت مستقیم الخط با شتاب ثابت

۱. به دو طرف دستگاه وزنه های یکسان آویزان کرده و سپس تعدادی سربار ۲ گرمی را به وزنه های سمت راست اضافه می کنیم کفه وزنه را طبق دستورالعمل در فک آتود قرار داده حسگر خاتمه را در فاصله معین از آن X قرار می دهیم.
۲. با فشردن ضامن، وزنه ها در جهت وزنه بزرگتر شروع به حرکت میکنند و پس از پیمودن فاصله X به حسگر خاتمه می رسند. به محض شروع حرکت، تایمر دیجیتال شروع به کار میکند و پس از رسیدن به حسگر خاتمه متوقف می شود. بدین وسیله زمان حرکت t یعنی زمان پیمایش مسافت X توسط وزنه ثبت می گردد.
۳. جدول را تکمیل کرده و نمودار تغییرات X بر حسب t<sup>۲</sup> را رسم کنید. با استفاده از نمودار مقدار شتاب و خطای آن را محاسبه کنید.

فاصله X	زمان میانگین
X <sub>1</sub>	
X <sub>2</sub>	
X <sub>3</sub>	
X <sub>4</sub>	

این آزمایش را برای مسافتهای ثابت و مختلف تکرار کرده و شتاب را برای هر مرحله به دست آورید و میانگین آن را حساب کنید. (برای هر مسافت ثابت آزمایش را ۳ بار تکرار کنید.)

مقدار شتاب حاصل از آزمایش را با مقدار بدست آمده از رابطه  $a = \frac{mg}{\frac{M'}{2} + 2M + m}$  مقایسه کنید.

(b) تحقیق اصل ماند:

۱. دستگاه را با دو وزنه مساوی  $M$  و سربار  $4$  گرمی  $m$  به کار اندازید. پس از حذف سربار (چنانچه از نیروی اصطکاک در محور قرقره صرفنظر شود) چون برآیند نیروهای وارد بر دستگاه صفر است حرکت وزنه ها یکنواخت خواهد شد.
۲. با کرنومتری که در اختیار دارید برای فاصله های معین زمان را اندازه گیری کنید.
۳. با تکرار آزمایش برای فواصل مختلف و برای هر مرحله جدول زیر را پر کنید.
۴. نمودار تغییرات  $X$  بر حسب  $t$  را رسم کرده و درستی اصل ماند را تحقیق کنید.

فاصله $X$	زمان میانگین	$\frac{x}{t} = v$
$X_1$		
$X_2$		
$X_3$		

**سوال:**

۱. در قسمت  $a$  آزمایش، علت تفاوت در مقادیر شتاب حاصل از آزمایش و محاسبه نظری در چیست؟ توضیح دهید.
۲. اصل ماند را تعریف کنید.
۳. درصد خطای نسبی شتاب و سرعت را محاسبه کنید.

## آزمایش ۸: برخورد کشسان و غیر کشسان

### اهداف آزمایش:

- بررسی برخورد الاستیک یا کشسان
- بررسی اصل بقای اندازه حرکت و انرژی جنبشی
- بررسی برخورد غیر الاستیک با استفاده از آونگ بالستیک

### ملاحظات نظری:

در مکانیک اندازه حرکت یک ذره را بصورت بردار زیر تعریف می کنیم:

$$p = m\bar{v}$$

که در آن  $m$  و  $v$  به ترتیب جرم و سرعت ذره می باشد. اندازه حرکت یک دستگاه مرکب از مجموعه ذرات نیز به صورت جمع برداری اندازه حرکت اجزاء آن خواهد بود.

$$\sum_{i=1}^n p_i = p_1 + p_2 + \dots + p_n$$

اگر از طرفین رابطه فوق نسبت به زمان مشتق بگیریم و با فرض ثابت بودن اجزای دستگاه داریم:

$$\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n p_i = \sum_i m_i \frac{d}{dt} v_i = \sum_i F_i = \bar{F}_{ext}$$

که در اینجا  $F_{ext}$  برآیند نیروهای خارجی وارد به دستگاه مجموعه ذرات می باشد. بدین ترتیب چنانچه برآیند نیروهای خارجی وارد بر دستگاه صفر باشد کمیت برداری اندازه حرکت کل ثابت خواهد بود. به طور کلی هر اندر کنشی که بین دو یا چند ذره در مدت کوتاهی صورت گیرد تحت عنوان برخورد بررسی می شود. در برخورد نیروی نسبتاً بزرگی در فاصله زمانی کوتاهی بر یک ذره یا دستگاه اثر می کند و ویژگی آن تغییر حرکت ناگهانی، بررسی اصل بقای اندازه حرکت ذرات است به طوری که به وضوح می توان قبل و بعد از برخورد را تشخیص داد.

### برخورد الاستیک یا کشسان:

بنا به تعریف چنانچه در برخورد انرژی جنبشی دستگاه محفوظ بماند برخورد الاستیک و در غیراین صورت غیر الاستیک گوئیم.

اگر سرعت های قبل از برخورد دو جسم به جرم های  $m_1$  و  $m_2$  را به ترتیب  $\bar{v}_1$  و  $\bar{v}_2$  و سرعت های بعد از برخورد را به ترتیب  $\bar{v}'_1$  و  $\bar{v}'_2$  نشان دهیم اصل بقای اندازه حرکت نشان می دهد:

$$m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2 = m_1 \bar{v}'_1 + m_2 \bar{v}'_2 \quad (1)$$

چنانچه یکی از ذرات قبل از برخورد ساکن باشد رابطه ۱ به صورت زیر در می آید:

$$m_1 \bar{v}_1 = m_1 \bar{v}'_1 + m_2 \bar{v}'_2 \quad (2)$$

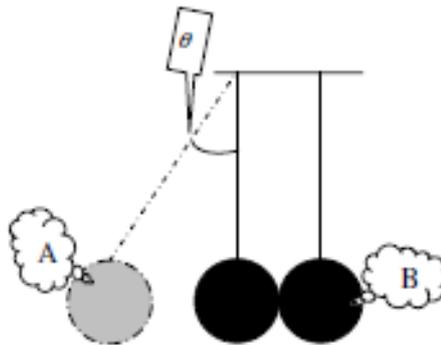
اگر انرژی جنبشی سیستم متشکل از دو ذره برخورد کننده را در قبل از برخورد با  $k_i$  و بعد از برخورد با  $k_f$  نمایش دهیم تغییرات نسبی انرژی جنبشی به صورت زیر تعریف می شود:

$$\text{تغییرات نسبی انرژی جنبشی} = \frac{k_i - k_f}{k_i} = \frac{\Delta k}{k_i}$$

برای حالتی که ذره هدف ساکن باشد داریم:

$$\text{تغییرات نسبی انرژی جنبشی} = \frac{m_1 v_1^2 - (m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2)}{m_1 v_1^2} \quad (3)$$

دو گلوله آونگ A و B را مطابق شکل در نظر بگیرید که در حال تعادل کاملا مماس با یکدیگرند.



این گلوله ها تحت تاثیر نیروی جاذبه زمین هستند و لذا کسب انرژی مکانیکی برای آنها بقا دارد بدین ترتیب اگر هر یک از گلوله های آونگ (مثل A) را به اندازه  $\theta$  از حال تعادل خارج کنیم و سپس (بدون سرعت اولیه) رها کنیم انرژی جنبشی گلوله در برگشت هنگامی که به نقطه تعادل می رسد از روابط زیر بدست می آید:

$$\frac{1}{2} m v^2 = mgh$$

$$h = l(1 - \cos \theta)$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2ghl(1 - \cos \theta)} = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\theta}{2}$$

اگر زاویه انحراف  $\theta$  بقدر کافی کوچک باشد (تقریبا ۶ درجه) پس  $\sin \frac{\theta}{2} \approx \frac{\theta}{2}$  و سپس

$$v = \sqrt{lg\theta}$$

و اگر به جای اندازه گیری  $\theta$  طول کمان x را اندازه گیری کنیم در این صورت اصل بقای اندازه حرکت در برخورد دو گلوله به یکدیگر منجر به رابطه زیر خواهد شد.

$$\theta \approx \frac{x}{l} \Rightarrow m_A x_A + m_B x_B = m_A x'_A + m_B x'_B \quad (4)$$

که در اینجا  $x'_A$  و  $x_A$  فاصله نقطه ای است که آونگ A در قبل و بعد از برخورد نسبت به نقطه تعادل داشته است و به همین ترتیب برای  $x_B$  و  $x'_B$ .  
 $m_A$  و  $m_B$  جرم دو گلوله A و B می باشند.

### آونگ بالستیک ( برخورد غیر کشسان )

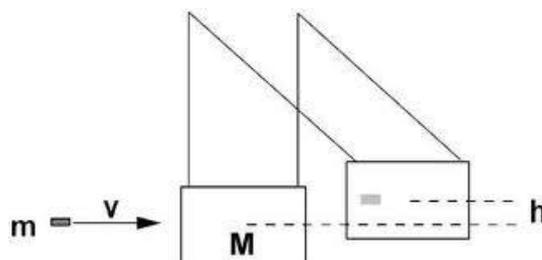
برخورد کاملاً کشسان برخوردی است که در آن برخورد، انرژی جنبشی کل سیستم ثابت می ماند. برخورد گلوله های بلیارد و برخورد مولکولها و اتمها با یکدیگر، برخوردهای کشسان است. برای هر سیستم منزوی همواره می توان معادله تکانه را بکار برد به طوری که می توان گفت تکانه قبل از برخورد با تکانه پس از برخورد مساوی است. برای برخورد کشسان علاوه بر معادله تکانه باید گفت که انرژی جنبشی قبل از برخورد با انرژی جنبشی پس از برخورد مساوی است.

در برخورد ناکشسان بنا به تعریف انرژی جنبشی پایسته نیست، انرژی جنبشی نهایی ممکن است از مقدار اولیه کمتر باشد و اختلاف انرژی مثلاً به گرما یا انرژی پتانسیل تغییر شکل در اثر برخورد تبدیل شود. ممکن است انرژی جنبشی نهایی از مقدار اولیه بیشتر باشد در این حالت در اثر برخورد، انرژی پتانسیل آزاد می شود. در هر دو حال پایستگی انرژی کل همواره صادق است.

از آونگ بالستیک برای اندازه گیری سرعت گلوله ها استفاده می شود. آونگ یک مجموعه ای است که بوسیله نخ آویخته است. گلوله ای با جرم  $m$  به جرم آویزان آونگ  $M$  برخورد می کند و در داخل جرم  $M$  باقی می ماند، اگر در این فرآیند مدت لازم برای ساکن شدن گلوله در داخل جرم  $M$  نسبت به مدت نوسان آونگ خیلی کوچک باشد، نخ های نگه دارنده جرم  $M$  هنگام برخورد گلوله تقریباً قائم می مانند. در نتیجه هیچ نیروی افقی خارجی به دستگاه متشکل از  $m$  و  $M$  وارد نمی شود. بنابراین باید گفت مولفه های افقی تکانه سیستم پایسته می ماند.

جرم گلوله را با  $m$  و سرعت آن را در لحظه برخورد با  $v_i$  نشان می دهیم، سرعت سیستم متشکل از  $m+M$  را پس از برخورد با  $v_f$  نشان می دهیم که بزرگی آن از رابطه زیر بدست می آید :

$$mv_i + 0 = (m + M)v_f \rightarrow v_f = \frac{m}{m + M} v_i \quad (11)$$



پس از برخورد گلوله با آونگ، بیشینه ارتفاع را پیدا می کنند. در این بیشینه ارتفاع انرژی سیستم به انرژی پتانسیل آن تبدیل شده است. ارتفاع فعلی آونگ نسبت به ارتفاع قبلی آن را  $h$  می نامیم. توجه داشته باشید که در این فرایند انرژی جنبشی پایسته نیست ولی انرژی مکانیکی سیستم پایسته است. با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی رابطه زیر را میتوان نوشت:

$$\frac{1}{2}(m+M)v_f^2 = (m+M)gh \quad (12)$$

با استفاده از روابط ۱۲ و ۱۱ رابطه ۱۳ بدست می آید.

$$\frac{1}{2}(m+M)\left(\frac{m}{m+M}\right)^2 v_i^2 = (m+M)gh \quad (13)$$

بعد از ساده کردن رابطه ۱۳ سرعت اولیه گلوله بصورت زیر بدست می آید:

$$v_i = \frac{m+M}{m} \sqrt{2gh}$$

## انجام آزمایش:

### الف : برخورد کشسان

۱) ابتدا طول نخهای آونگ ها را طوری تنظیم می کنیم که اولاً هر دو با هم یکی باشند و ثانياً شاخص گلوله ها بر روی صفحه مدرج باشد. سپس نقطه تعادل هر کدام از گلوله ها را بر روی صفحه مشخص کنید. یکی از گلوله ها مثلاً A را بوسیله یک رشته نخ به اندازه زاویه  $\theta \approx 6^\circ$  از محل سکون دور کرده و به جسم B برخورد دهید و وضعیت آنها را به کمک زاویه انحراف دو گلوله و با توجه به رابطه اندازه گیری کنید و صحت قانون بقای اندازه حرکت را در این برخورد تحقیق کنید و جدول زیر را کامل کنید.

شماره آزمایش	$m_A$	$m_B$	X	$x'_A$	$x'_B$	$m_A x_A = m_A x'_A + m_B x'_B$

۲) گلوله B را به اندازه X از وضعیت تعادل دور کرده و آزمایش فوق را تکرار کنید.

۳) کاهش انرژی جنبشی را در مراحل ۱ و ۲ محاسبه نموده و جدول زیر را کامل کنید.

شماره آزمایش	$m_A$	$m_B$	$v_1$	$v_1'$	$v_2'$	$K_i$	$K_f$	$\frac{\Delta K}{K_i}$

### ب: برخورد غیر کشسان

- آونگ را آنقدر بالا و پایین ببرید تا لوله دستگاه شلیک درست در مقابل میان آونگ قرار گیرد.
- آونگ را طوری تنظیم کنید که یکی از نخ ها در مقابل درجه صفر نقاله آونگ قرار گیرد.
- گلوله را در داخل لوله دستگاه شلیک گلوله قرار دهید، ماشه را بالا بکشید با استفاده از سمبه گلوله را تا انتها عقب برانید، ماشه را پایین ببرید تا گلوله در حالت شلیک قرار بگیرد. در این حالت دستگاه برای انجام آزمایش آماده است.
- با استفاده از حلقه ماشه را بکشید تا گلوله شلیک شود و در داخل جعبه آونگ قرار گیرد.
- با استفاده از نقاله بیشینه زاویه انحراف آونگ را بخوانید و آن را  $\theta$  بنامید.
- آزمایش را چند بار تکرار کنید و توجه کنید که در هر حال گلوله با بیشترین سرعت شلیک شود، متوسط  $\theta$  ها را اندازه بگیرید.

$\theta^0$	$L(m)$	$L \cos \theta$	$h$	$m(kg)$	$M(kg)$	$v_{10}$

- طول آونگ را  $L$  بنامید،  $L$  فاصله صفحه نگه دارنده آونگ تا میان جعبه آونگ است.  $h$  ارتفاع آونگ از حال تعادل را تعیین کنید.

$$h = L - L \cos \theta = L(1 - \cos \theta)$$

- جرم گلوله را  $m$  و جرم جعبه آونگ با ملحقات آن را  $M$  بنامید.
- با استفاده از رابطه زیر سرعت گلوله را حساب کنید.

$$mv_i + 0 = (m + M)v_f \rightarrow v_f = \frac{m}{m + M}v_i$$

- آزمایش را با گلوله هایی هم قطر ولی با جرم های متفاوت تکرار کنید.
- متوسط  $v$  را حساب کنید.
- در این مرحله گلوله را در مرحله شلیک با سرعت متوسط  $v_{20}$  قرار دهید و آزمایش را تکرار کنید.
- نتایج حاصل از اندازه گیری ها را در جدول ۲ ثبت کنید.
- متوسط  $v_{20}$  را بدست آورید.
- آزمایش را با گلوله هایی با جرم های متفاوت تکرار کنید.

$\theta^0$	$L(m)$	$L\cos\theta$	$h$	$m(kg)$	$M(kg)$	$v_{20}$

- در این مرحله گلوله را در مرحله شلیک با کمترین سرعت قرار دهید و آزمایش را تکرار کنید.
- نتایج حاصل از اندازه گیری ها را در جدول ۳ ثبت کنید.
- متوسط  $v_{30}$  ها را بدست آورید.

$\theta^0$	$L(m)$	$L\cos\theta$	$h$	$m(kg)$	$M(kg)$	$v_{30}$

- آزمایش را با گلوله هایی با جرم های متفاوت تکرار کنید.
- تیغه نگه دارنده احساس گر گلوله را به زیر دستگاه شلیک کننده وصل کنید.

- فاصله دو سوراخ اول تیغه را اندازه بگیرید و  $\Delta x$  بنامید.
- دوا حساسگر دو شاخه نوری را به این دو سوراخ تیغه وصل کنید.
- تیغه را تا حد ممکن به زیر دستگاه هدایت کنید به نحوی که اولین حساسگر در کمترین فاصله ممکن از دهانه دستگاه قرار بگیرد.
- گلوله را در حالت شلیک با بیشترین سرعت قرار دهید.
- مدت زمان گلوله از بین دو حسگر را  $\Delta t$  بخوانید.
- آزمایش را چند بار تکرار کنید و از  $\Delta t$  ها متوسط بگیرید.
- سرعت بدست آمده را با جدول مقایسه کنید.  $(v = \frac{\Delta x}{\Delta t})$
- مراحل بالا را برای سرعت متوسط و کمترین سرعت تکرار کنید.

$\Delta x$	$\Delta t$	$v_0$	توضیحات

## آزمایش ۹: آونگ پیچشی

هدف آزمایش: تعیین ضریب پیچشی فنر

وسایل آزمایش: سه پایه رومیزی بزرگ، بدنه آونگ پیچشی همراه رها کننده، فنر آونگ پیچشی و وزنه نوسان گر.

تئوری آزمایش:



اگر در یک آونگ ساده به جای نخ از فنر استفاده کنیم، می توانیم سه نوع حرکت نوسانی داشته باشیم: حرکت آونگی در راستای افقی، حرکت در راستای قائم و حرکت به صورت پیچشی (حول محور فنر). همانطور که برای تغییر طول فنر نسبت نیرو به میزان تغییر طول، ضریب سختی فنر نامیده می شود که این مقدار فقط به خصوصیات ظاهری فنر بستگی دارد؛ در حرکت پیچشی نیز نسبت گشتاور به زاویه انحراف، ضریب پیچشی فنر نامیده می شود که آن نیز به جنس فنر وابسته است.

$$F = -kx \rightarrow k = -\frac{F}{x}$$

$$\tau = -k\theta \rightarrow k = -\frac{\tau}{\theta}$$

ضریب پیچش فنر پارامتر بسیار مهمی برای دستگاه های اندازه گیری می باشد. به عنوان مثال گالوانومتر وسیله ای است که برای اندازه گیری شدت جریان های بسیار کوچک بکار می رود. این دستگاه شامل فنر حلزونی شکلی است که عقربه گالوانومتر به یک انتهای آن متصل است و مقدار دقیق جریان را نشان می دهد. حال اگر بخواهیم حرکت پیچشی جسمی را که به اندازه ی زاویه منحرف شده است بررسی کنیم، معادله ی حرکت جسم بصورت زیر می باشد:

$$\tau = I\alpha = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\tau = -k\theta \Rightarrow -k\theta = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{k}{I}\theta = 0$$

که  $I$  لختی دورانی پیچشی می باشد. اگر  $\frac{k}{I}$  را با  $\omega^2$  نشان دهیم، خواهیم داشت :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0$$

با حل این معادله دیفرانسیل داریم :

$$\theta = \theta_0 \cos \omega t$$

این معادله، معادله حرکت نوسانگری با دامنه  $\theta_0$  و دوره تناوب  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  می باشد. با جایگزینی  $\omega = \sqrt{\frac{k}{I}}$  داریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}}$$

### روش آزمایش:

در این آزمایش به مجموعه ی استوانه ی فلزی و مهره ها نوسان پیچشی اعمال می کنیم و با اندازه گیری دوره تناوب این حرکت مقادیر مربوط به گشتاور لختی استوانه ی متصل به فنر و ضریب پیچشی فنر را محاسبه می کنیم. مراحل انجام این عملیات بصورت زیر می باشد:

جرم مهره ها را بدست می آوریم و سپس آنها را در اطراف استوانه ی اصلی بصورت کاملا متقارن قرار می دهیم. در این صورت سیستم شامل استوانه ی فلزی و مهره ها خواهد بود. بنابر این لختی دورانی و دوره تناوب سیستم برابر است با :

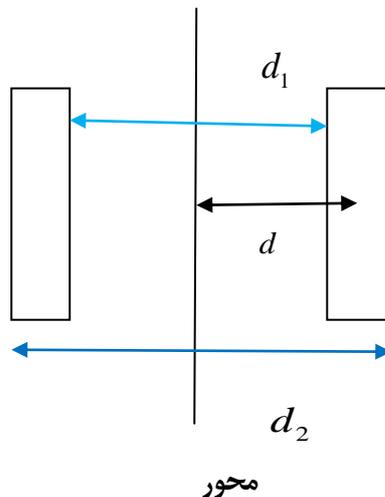
$$I = I_1 + 4md^2$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_1 + 4md^2}{k}}$$

در روابط فوق  $I_1$  لختی دورانی استوانه فلزی،  $m$  جرم مهره و  $d$  فاصله مرکز جرم هر مهره تا محور دوران می باشد.

با استفاده از کولیس و با توجه به این روش اندازه گیری می توان مقدار  $d$  را به کمک محل مهره ها به آسانی بدست آورد.

$$d = \frac{d_1 + d_2}{4}$$



سپس استوانه ی فلزی را به حالت سکون در می آوریم و در یک صفحه افقی کمی پیچانده و رها می کنیم. باید توجه داشته باشیم که میزان انحراف اولیه کم باشد و نیز استوانه تنها حرکت پیچشی داشته و هیچ گونه حرکتی در راستای قائم نداشته باشد. سپس مدت زمان مربوط به ۱۰ نوسان را اندازه گیری کرده و زمان یک نوسان را محاسبه می کنیم.

آزمایش را برای فواصل مختلف انجام داده و جدول زیر را کامل می کنیم.

شماره آزمایش	$d(cm)$	$d^2$	$T(s)$	$T^2$
۱				
۲				
۳				
۴				

رابطه مربوط به دوره تناوب را به صورت زیر در می آوریم:

$$T^2 = \frac{16\pi^2 m}{k} d^2 + \frac{4\pi^2 I_1}{k}$$

چنانچه نمودار  $T^2$  را بر حسب  $d^2$  رسم کنیم، خطی راست با شیب  $\frac{16\pi^2 m}{k}$  و عرض از مبدا  $\frac{4\pi^2 I_1}{k}$  بدست می آید. با اندازه گیری این مقادیر از روی نمودار مقادیر  $I_1, k$  بدست می آید.

### سوالات:

- اگر حرکت نوسانی پیچشی را ادامه دهیم جسم در راستای قائم نیز نوسان خواهد کرد. در این صورت دوره تناوب و دامنه حرکت پیچشی چه تغییری خواهد کرد؟
- چنانچه دو مهره مقابل هم را باز کرده و به دو مهره ی دیگر اضافه کنیم دوره تناوب چه تغییری می کند؟

## آزمایش ۱۰: آونگ فیزیکی

### ملاحظات نظری:

بر اساس تعریف آونگ ساده، آونگی است که از یک ذره به جرم  $m$  و یک نخ به جرم ناچیز به طول  $L$  درست شده است.

فرض کنید آونگ ساده ای از نقطه  $O$  آویزان است. جرم  $m$  را به اندازه  $\theta$  از راستای قائم منحرف می کنیم و آن را رها می سازیم، جرم  $m$  بین دو نقطه  $A$  و  $A_1$  بر روی کمانی از دایره به مرکز  $O$  و شعاع  $OA=L$  نوسان می کند. اگر وزن ذره را  $mg$  بنامیم، ذره در اثر نیروی بازگرداننده  $F_T = -mg \sin \theta$  حرکت می کند. علامت منفی نشان میدهد که نیروی مماسی  $F_T$  نیروی بازگرداننده است. به عبارت دیگر، نیروی  $F_T$  در خلاف سوی جابجایی است.

$$F_T = ma_T$$

$$a = R\alpha, a = L \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

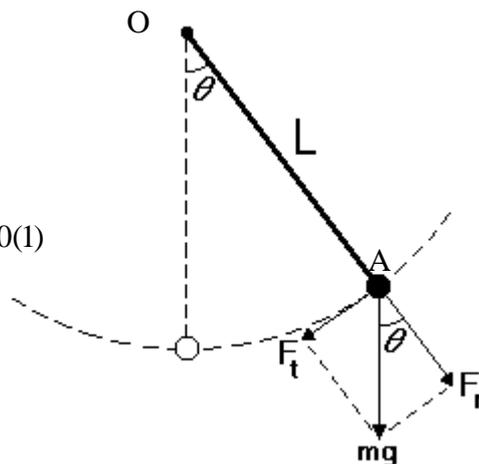
$$-mg \sin \theta = mL \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$mL \frac{d^2\theta}{dt^2} + mg \sin \theta = 0 \Rightarrow L \frac{d^2\theta}{dt^2} + g \sin \theta = 0 \quad (1)$$

$$\theta \leq 6^\circ \Rightarrow \sin \theta \approx \theta$$

$$\Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \theta = 0$$

$$\omega^2 = \frac{g}{L}, \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (2)$$



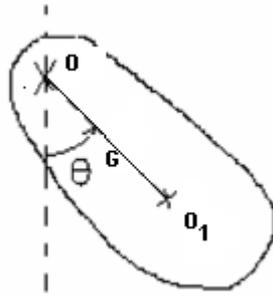
### آونگ مرکب:

جسم صلبی که بتواند در اثر نیروی گرانش حول یک محور افقی بدون اصطکاک نوسان کند آونگ مرکب نام دارد. به شکل (۲) توجه کنید. جسم صلبی به جرم  $m$  از نقطه  $O$  آویزان است. این جسم به اندازه  $\theta$  از وضع تعادل خود منحرف و رها می شود. جسم حول محوری که از  $O$  می گذرد نوسان می کند. اگر مرکز گرانش و  $d=OG$  فاصله محور نوسان با مرکز گرانش باشد، گشتاور نیروی وزن نسبت به نقطه آویز از رابطه (۳) به دست می آید.

$$\tau = -mgd \sin \theta \quad (3)$$

اگر گشتاور ماند دستگاه را با  $I$  نشان دهیم می توان نوشت:

$$\tau = I\alpha = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (4)$$



با استفاده از رابطه های (۱) و (۲) رابطه زیر به دست می آید:

$$\tau = -mgd \sin \theta = I \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

علامت منها نشان می دهد که نیروی وزن در خلاف سوی  $\theta$  است. به عبارت دیگر، نیروی  $mg$  با افزایش  $\theta$  مخالفت می کند. می دانید که در صورت کوچک بودن  $\theta$  رابطه فوق به صورت زیر نوشته می شود:

$$\tau = -mgd \sin \theta = I \frac{d^2 \theta}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{mgd}{I} \theta = 0$$

$$\theta = \theta_0 \cos \sqrt{\frac{mgd}{I}} t = \theta_0 \cos \omega t$$

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}} = \frac{2\pi}{T}$$

سرانجام دوره نوسان از رابطه روبرو بدست می آید :

$$\Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}} \quad (5)$$

می توانیم آونگ ساده ای را در نظر بگیریم که دوره نوسان آن با دوره نوسان این آونگ مرکب برابر باشد. چنین آونگی را آونگ ساده معادل آونگ مرکب یا آونگ مرکب می گویند. با توجه به مطالب بالا و با استفاده از روابط (۱) و (۵) رابطه های زیر بدست می آیند:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

$$L = \frac{I}{md}$$

پس برای محاسبه دوره تناوب آونگ مرکب می توان آونگ ساده ای در نظر گرفت که طول آن  $L = \frac{I}{md}$  است و تمام جرم آن در فاصله  $d$  از محور نوسان قرار دارد. چنین نقطه ای را به طور معمول مرکز نوسان آونگ مرکب گویند. هویگنس نشان داد در صفحه ای که از محور نوسان  $O$  و مرکز گرانش  $G$  می گذرد، محور دیگری به موازات محور نوسانی - که از  $O$  عبور می کند - وجود دارد که دوره تناوب آونگ مرکب حول این محور با دوره تناوب آونگ حول محور  $O$  مساوی است. اگر فاصله محور نوسان اول  $O$

از مرکز گرانش  $G$  را  $d$  بنامیم، فاصله محور نوسان دوم  $O_1$ ، از مرکز گرانش  $d_1$  خواهد بود که با  $d$  برابر نیست. همچنین دو محوری که از  $O$  و  $O_1$  می گذرند در دو طرف مرکز گرانش  $G$  قرار دارند. شرط لازم و کافی برای به دست آوردن طول آونگ ساده همزمان با آونگ مرکب عبارتست از:

۱. دوره تناوب حول هر دو محور مساوی باشد.

۲. دو نقطه مزدوج هم باشند، یعنی هر یک از دو نقطه به عنوان محور نوسان و دیگری در حکم مرکز نوسان باشد.

کاتر در سال ۱۸۱۸ بر اساس نظریه هویگنس یک آونگ مرکب ساخت. شکل و سایر ویژگی های آونگ ساخته شده به نحوی است که با تغییر توزیع جرم، دوره نوسان حول دو محوری که در دو طرف مرکز گرانش قرار دارد با هم مساوی باشد. ضمناً دوره نوسان آونگ مرکب، با دوره نوسان آونگ ساده ای که طول آن با فاصله دو محور یعنی  $BA$  مساوی است، برابر شود.

به اشکال فوق توجه کنید اگر  $A$  محور نوسان باشد  $B$  مرکز نوسان است و اگر  $B$  محور نوسان باشد  $A$  مرکز نوسان است. حال اگر  $A$  محور نوسان باشد و  $B$  مرکز نوسان باشد، طول آونگ همزمان  $L_A$  است که از رابطه (۶) به دست می آید.

$$L_A = \frac{I}{md} \quad (۶)$$

$$L_B = \frac{I}{md} \quad (۷)$$

و برعکس:

و بر اساس قضیه محورهای موازی:

$$I = I_G + mb^2 \quad (۸)$$

$I_G$  گشتاور ماند نسبت به محوری است که از مرکز گرانش می گذرد.  $I$  گشتاور ماند جسم نسبت به محور دیگری است که فاصله آن از مرکز گرانش  $b$  است و  $m$  جرم جسم می باشد. بنابراین:

$$L_B = \frac{I_G + md^2}{md} = \frac{I_G}{md} + d$$

$$L_A = \frac{I_G + ma^2}{ma} = \frac{I_G + m(L-d)^2}{m(L-d)} = \frac{I_G}{m(L-d)} + (L-d)$$

$$\Rightarrow L_A = \frac{I_G}{m(\frac{I_G}{m.d} + d - d)} + (\frac{I_G}{m.d} + d - d) = d + \frac{I_G}{md} \Rightarrow \underline{\underline{L_A = L_B}}$$

با توجه به این که  $L_B = L_A$  برابر است، دوره تناوب حول  $A$  و  $B$  مساوی خواهد بود. بنابراین می توان گفت آونگ کاتر دو محور نوسان با دوره یکسان دارد. فاصله دو محور با طول آونگ ساده همزمان آونگ مرکب برابر است. در تولید آونگ کاتر، کاردک های نوسان در فاصله  $L_B = L_A$  از هم قرار دارند.

در آزمایش با آونگ کاتر دوره نوسان  $T_A, T_B$  برای نوسانهای حول کاردک هایی که در  $A$  و  $B$  قرار دارند، اندازه گیری می شود.

### روش انجام آزمایش:

۱. وزنه ۱۴۰۰ گرمی را بین دو کاردک به تیغه متصل نمایید.
۲. وزنه ۱۰۰۰ گرمی را خارج دو کاردک به تیغه متصل نمایید.
۳. شاقول را پشت ستون به قلاب آویزان کنید.
۴. پیچ های تنظیم پایه ستاره ای را آنقدر بچرخانید که ستون دستگاه در راستای قائم قرار گیرد. قائم بودن ستون را با راستای نخ شاقول کنترل کنید.
۵. با استفاده از پیچ وزنه، وزنه ۱۰۰۰ گرمی را در فاصله ۸ cm از لبه کاردک  $A$  محکم کنید.
۶. با استفاده از پیچ وزنه، وزنه ۱۴۰۰ گرمی را در فاصله ۱۰ cm از لبه کاردک  $A$  محکم کنید.
۷. میله استوانه ای کوچک را در سوراخ موجود در پایین بر روی ستون محکم کرده و احساسگر دو شاخه را به آن متصل کنید.
۸. سیم رابط احساسگر را به شمارنده و زمان سنج متصل کنید، دستگاه شمارنده و زمان سنج را به برق شهر بزنید.
۹. دستگاه شمارنده و زمان سنج را برای ۲۰ تا ۵۰ نوسان آماده کنید.
۱۰. تیغه نوسانگر را از وضعیت قائم تقریباً ۱۰ درجه منحرف و رها کنید. مدت نوسان ها را بخوانید و دوره نوسان را بدست آورید و آن را  $T_A$  بنامید.
۱۱. محل جرم ها را تغییر ندهید. نوسانگر را برگردانید و آن را به کمک کاردک دوم  $B$  آویزان کنید. تیغه را به نوسان درآورید. مدت کل نوسان ها را تعیین و دوره نوسان را حساب کنید و آن را  $T_B$  بنامید.
۱۲. حاصل اندازه گیریها را در جدول ثبت کنید.
۱۳. محل وزنه ۱۰۰۰ گرمی را تغییر ندهید. محل وزنه ۱۴۰۰ گرمی را ۵ cm از کاردک  $A$  دورتر کنید.
۱۴. در این حالت  $T_A, T_B$  را به دست آورید و در جدول ثبت کنید.
۱۵. محل وزنه ۱۴۰۰ گرمی را ۵ cm به ۵ cm از کاردک  $A$  دورتر کنید و هر بار  $T_A, T_B$  را بخوانید.
۱۶. بر روی کاغذ میلی متری نمودار  $T_A, T_B$  را بر حسب  $X$  رسم کنید.
۱۷.  $T_A, T_B$  را بر حسب ثانیه بر روی محور قائم و  $X$  بر حسب سانتی متر بر روی محور افقی ببرید.

۱۸. محل تلاقی نمودارهای  $T_B$  و  $T_A$  را مشخص کنید.  $T_2$  و  $T_1$  محل های تلاقی را معین کنید و متوسط آنها را به دست آورید.

$$\bar{T} = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

۱۹. آونگ ساده ای به طول  $AB$  (فاصله دو کاردک) آماده کنید و مدت ۲۰ تا ۵۰ نوسان آن را به دست آورید و دوره آن را تعیین کنید. دوره تناوب آونگ ساده و  $T$  را با هم مقایسه کنید.

۲۰.  $g$  را از رابطه روبرو به دست آورید.

$$\bar{T} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

ردیف	X(cm)	$T_A$ (s)	$T_B$ (s)	g
۱				
۲				
۳				
۴				
۵				
۶				
۷				
۸				
۹				
۱۰				
۱۱				
۱۲				
۱۳				
۱۴				

## آزمایش ۱۱: ژيروسکوپ

هدف آزمایش: آشنایی با ژيروسکوپ و تعیین گشتاور ماند

### ملاحظات نظری:

می دانید اگر جسم سختی با سرعت زاویه ای  $\omega$  حول محور  $Z$  بچرخد هر نقطه ای از جسم در روی دایره ای حرکت می کند که مرکز آن بر روی محور  $Z$  قرار دارد. جسمی در نظر بگیرید که در نقطه  $O$  حول محور  $Z$  می چرخد نقطه  $A_i$  از این جسم بر روی دایره ای به شعاع  $R_i$  دارای حرکت چرخشی است. سرعت خطی نقطه  $A_i$  برابر با  $V_i = \omega \times r$  خواهد بود در این رابطه  $R_i$  بردار مکان  $A_i$  نسبت به نقطه  $O$ ، و  $\omega$  سرعت زاویه ای است که برای همه نقاط جسم یکسان است.

اندازه حرکت زاویه ای ذره  $A_i$  نسبت به مبدا چنین است.

$$\vec{L}_i = m_i \vec{r}_i \times \vec{V}_i \quad (1)$$

بدیهی است که  $\vec{L}_i$  بر صفحه ای که از  $\vec{r}_i$  و  $\vec{V}_i$  می گذرد عمود است. و در داخل صفحه ای که از  $\vec{r}$  و  $\vec{Z}$  می گذرد قرار دارد. در نتیجه زاویه ای که  $L_i$  با محور چرخش  $Z$  می سازد  $\frac{\pi}{2} - \theta_i$  است، تصویر  $L_i$  بر روی محور  $Z$  ها از رابطه (۲) بدست می آید.

$$L_{iz} = m_i r_i V_i \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_i\right) \quad (2)$$

$$L_{iz} = m_i (r_i \sin \theta_i) \omega R_i = m_i \omega R_i^2$$

در نتیجه تصویر اندازه حرکت زاویه ای کل جسم بر روی محور  $Z$  ها از رابطه (۳) بدست می آید.

$$L = L_{1z} + L_{2z} + \dots + L_{nz} = \sum L_{iz}$$

$$L = (m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2 + \dots + m_n R_n^2) \omega = \left(\sum_i m_i R_i^2\right) \omega \quad (3)$$

$$L = I \omega$$

در این رابطه  $I$  گشتاور ماند جسم است.

معادله حرکت جسم سخت

اندازه حرکت زاویه ای یک ذره را نسبت به یک نقطه معلوم با کمیت برداری زیر تعریف می کنیم.

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P} = m(\vec{r} \times \vec{V}) \quad (4)$$

اگر از رابطه (۴) مشتق بگیریم رابطه (۵) بدست می آید.

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\vec{L}}{dt} &= \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{P} + \vec{r} \times \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (5) \\ \frac{d\vec{r}}{dt} &= \vec{V}, \vec{P} = m\vec{V}, \vec{r} \times \vec{F} = \vec{\tau} \quad (6) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{P} &= \vec{V} \times \vec{P} = \vec{V} \times m\vec{V} = 0 \\ \frac{d\vec{P}}{dt} &= \vec{F} \\ \frac{d\vec{L}}{dt} &= 0 + \vec{r} \times \vec{F} \Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau} \end{aligned} \right. \quad (7)$$

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \quad (3)$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = I \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\tau}$$

$$\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\alpha}$$

$$I\vec{\alpha} = \vec{\tau} \quad (8)$$

در رابطه (۸)،  $\alpha$  شتاب زاویه ای جسم است. رابطه (۸) نشان می دهد که، اگر بر جسمی که دور یک محور می چرخد، هیچ گشتاور نیروی خارجی وارد نشود، سرعت زاویه ای جسم ثابت خواهد بود. در نتیجه  $I\omega$  ثابت است.

### انرژی جنبشی چرخشی:

می دانید که اگر جسمی با سرعت  $V$  در حرکت باشد انرژی جنبشی جسم از رابطه  $\frac{1}{2}mV^2$  بدست می آید. اگر جسمی با سرعت زاویه ای  $\omega$  به دور محوری بچرخد سرعت هر نقطه آن،  $V_i = R_i\omega$  خواهد بود، در نتیجه انرژی جنبشی آن از معادله (۹) بدست می آید.

$$E = \frac{1}{2} \sum_i m_i V_i^2 \quad (9)$$

$$E = \frac{1}{2} \sum_i m_i R_i^2 \omega^2 = \frac{1}{2} (\sum_i m_i R_i^2) \omega^2$$

$$\sum_i m_i R_i^2 = I \Rightarrow E = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$L = I\omega \Rightarrow E = \frac{1}{2} \times \frac{L^2}{I}$$

اگر جسم ضمن چرخیدن با سرعت  $\omega$  دارای حرکت انتقالی با سرعت  $V_{cm}$  باشد، انرژی جنبشی کل جسم از رابطه (۱۴) بدست می آید.

$$E_k = \frac{1}{2} M V_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_{cm} \omega^2 \quad (14)$$

### حرکت ژيروسکوپ :

گفتیم که اگر گشتاور نیروی خارجی وارد بر جسم صفر باشد اندازه حرکت زاویه ای جسم ثابت می ماند. بنابراین اگر جسم دور محوری بچرخد، با سرعت زاویه ای ثابت به چرخش خود ادامه می دهد.  $L$  ثابت و در نتیجه  $\omega$  ثابت است. ( $L=I\omega$ )

بهترین وسیله نمایش این پدیده ژيروسکوپ است. ژيروسکوپ چرخشی است که محور چرخش آن آزادانه تغییر می کند. اگر گشتاور نیروهای خارجی بر ژيروسکوپ صفر نباشد، اندازه حرکت زاویه ای در مدت زمان  $dt$  تغییر می کند و تغییر حرکت زاویه ای همواره در راستای نیرو صورت می گیرد.

$$dL = \tau dt$$

اگر گشتاور نیرو بر اندازه حرکت زاویه ای عمود باشد، در این صورت راستا و سوی اندازه حرکت زاویه ای تغییر نمیکند نه بزرگی آن، به عبارت دیگر، راستای محور چرخش تغییر می کند ولی بزرگی اندازه حرکت زاویه ای ثابت می ماند.

اگر در اثر گشتاور نیروی خارجی محور چرخش به دور یک محور ثابت بچرخد می گوییم حرکت تقدیمی انجام می شود. این نوع حرکت در یک فرفره معمولی وجود دارد.

هنگامی که فرفره با سرعت زاویه ای  $\omega$  حول محور  $ZO_0$  می چرخد، گشتاور نیروی خارجی  $\tau$  در اثر وزن فرفره بر مرکز جرم آن اثر می کند. بزرگی این گشتاور نیرو از رابطه (۱۵) و (۱۶) بدست می آید.

$$\vec{\tau} = \vec{OG} \times m\vec{g}$$

$$\tau = mgOG\sin\theta \quad (15)$$

$$\tau = mgb\sin\theta \quad (16)$$

در رابطه (۱۵)،  $\theta$  زاویه بین محور چرخش  $ZO_0$  و محور قائم  $Z$  و  $GO=b$  مکان مرکز جرم فرفره نسبت به نقطه  $O$  است. در مدت  $dt$  بردار  $\vec{L} = I\vec{\omega}$  از وضع  $AO$  به  $BO$  می رسد.

انتهای بردار  $\vec{L}$  دور محور  $Z$  دایره ای به شعاع  $AD = OASin\theta$  طی می کند. در طول زمان  $dt$  شعاع  $AD$  به اندازه  $d\theta$  جابجا می شود تا به وضع جدید  $BD$  برسد.

سرعت زاویه ای تقدیمی را با  $\omega_p$  نشان می دهیم. بردار  $\omega_p$  با برداری موازی  $OZ$  نمایش داده می شود.  $\omega_p$  بزرگی سرعت زاویه ای بردار  $ZO_0$  حول محور  $ZO$  است. بزرگی  $dL$  از رابطه (۱۸) بدست می آید و با استفاده از رابطه  $dL = \tau dt$  از رابطه (۱۸) به صورت رابطه (۱۹) نوشته می شود. و بالاخره با استفاده از رابطه (۱۹) رابطه (۲۰) بدست می آید.

$$\omega_p = \frac{d\phi}{dt} \quad (17)$$

$$dL = ADd\phi = (L\sin\theta)(\omega_p dt) \quad (18)$$

$$\omega_p L\sin\theta = \tau \quad (19)$$

$$\omega_p = \frac{\tau}{L\sin\theta} = \frac{mgb}{L} = \frac{mgb}{I\omega} \quad (20)$$

رابطه (۲۰) یک رابطه تقریبی است، تنها در صورتی قابل استفاده است که  $\omega$  خیلی بزرگتر از  $\omega_p$  باشد. زیرا که اگر جسم یک حرکت تقدیمی حول  $OZ$  داشته باشد، دارای یک حرکت زاویه ای حول این محور نیز خواهد بود. در نتیجه اندازه حرکت زاویه ای کل آن با  $\vec{L} = I\vec{\omega}$  برابر نمی باشد. زیرا که سرعت زاویه ای جسم، برآیند سرعتهای زاویه ای  $\omega$  و  $\omega_p$  خواهد بود.

ولی اگر حرکت تقدیمی کوچک باشد یعنی اگر  $\omega_p$  نسبت به  $\omega$  خیلی کوچک باشد، می توان از سرعت زاویه ای  $\omega_p$  در برابر  $\omega$  صرفنظر کرد. در چنین حالتی رابطه (۲۰) کاربرد خواهد داشت.

بررسی های دقیق تر نشان می دهند که در حالت کلی  $\theta$  ثابت نمی ماند. بلکه بین دو مقدار معین نوسان می کند. پدیده های ژيروسکوپ کاربردهای گسترده ای دارند تمایل ژيروسکوپ در نگهداری محور خود در راستای ثابت، در تعادل کشتی ها و هدایت هواپیماهای بدون خلبان مورد استفاده قرار می گیرد. به رابطه (۲۰) توجه کنید. برای تعیین  $\omega_p$  تعیین جرم دستگاه  $m$  اندازه گیری  $\omega$  و  $b$  و  $I$  لازم است. ضمناً رابطه نشان می دهد که سرعت زاویه ای تقدیمی  $\omega_p$  به زاویه  $\theta$  وابسته نیست و با  $\omega$  و  $I$  نسبت عکس دارد. از طرف دیگر هر چه جرم دستگاه، یعنی  $m$  و فاصله نقطه اتکا از مرکز جرم  $b$  بزرگتر شود  $\omega_p$  بزرگتر می گردد. در رابطه (۲۰) اگر  $o=b$  باشد،  $\omega_p$  صفر خواهد بود. یعنی اگر مرکز گرانش فرفره بر نقطه اتکا قرار گیرد، حرکت تقدیمی وجود نخواهد داشت. به عبارت دیگر محور دستگاه ثابت خواهد ماند.

### انجام آزمایش :

#### (a) اندازه گیری $I$ با روش آونگ فیزیکی

۱. در این روش از خاصیت آونگ فیزیکی استفاده می شود. برای این کار محور چرخ را به حالت افقی به گیره ای ببندید، در این وضعیت چرخ می تواند در یک صفحه قائم بچرخد.

۲. با نوار چسب در کنار یکی از پره ها وزنه ای به جرم  $200g$  قرار دهید.

۳. چرخ را مقدار بسیار کم (حدود ۱۰ درجه) منحرف و رها کنید تا مانند یک آونگ نوسان کند. توجه کنید که میله حسگر در بین دو شاخه احساسگر نوسان داشته باشد. با استفاده از شمارنده و زمان سنج مدت پنج نوسان این آونگ را اندازه بگیرید و دوره  $T$  را محاسبه کنید و سپس  $I$  را از فرمول زیر بدست آورید.

$$\vec{T} = 2\pi \sqrt{\frac{I_{tot}}{mgR}} \Rightarrow I_{tot} = \frac{mgRT^2}{4\pi^2}$$

$I_{tot}$  : گشتاور ماند کل ژيروسکوپ و وزنه متصل به آن

$m$  : جرم وزنه متصل به ژيروسکوپ

$R$  : فاصله وزنه از محور نوسان ژيروسکوپ

۴.  $I_m$  گشتاور ماند وزنه های متصل به ژيروسکوپ و  $I_G$  گشتاور ماند ژيروسکوپ است که می خواهیم آن را بدست آوریم. با استفاده از دوره تناوب آونگی که بوسیله ژيروسکوپ ایجاد کردیم  $I_{tot}$  به دست می آید و با استفاده از روابط زیر  $I_G$  بدست خواهد آمد.

$$\begin{cases} I_{tot} = I_G + I_m \Rightarrow I_G = I_{tot} - I_m \Rightarrow I_G = \frac{mgRT^2}{4\pi^2} - mR^2 \Rightarrow I_G = mR\left(\frac{gT^2}{4\pi^2} - R\right) \\ I_m = mR^2 \end{cases}$$

۵. آزمایش را با وزنه های ۲۰۰ و ۱۰۰ و ۵۰ گرم انجام دهید، مقدار متوسط  $I_G$  را بدست آورید و جدول زیر را کامل کنید.

ردیف	$m(kg)$	$R(m)$	$T(s)$	$T^2(s^2)$	$I$
۱					
۲					
۳					
۴					
۵					
۶					

جدول تعیین  $I$

(b) اندازه گیری  $I$  با روش پایستگی انرژی مکانیکی

۱. یک سر نخ را به محور ژيروسکوپ ببندید.
۲. نگهدارنده وزنه را به سر دیگر نخ وصل کنید.
۳. ژيروسکوپ را بچرخانید تا نخ به دور محور آن بچرخد.
۴. چرخاندن ژيروسکوپ را آنقدر ادامه دهید تا نگهدارنده وزنه در مقابل چشمه نور احساسگر قرار گیرد.
۵. زمان سنج را روشن کنید.
۶. ژيروسکوپ را رها کنید تا مدت حرکت وزنه در بین دو احساسگر بدست آید.
۷. وقتی وزنه در ارتفاع  $h$  قرار دارد دارای انرژی پتانسیل گرانشی  $mgh$  است، وقتی وزنه پایین می آید از انرژی پتانسیل آن کاسته و بر انرژی جنبشی آن اضافه می شود. ضمن این که وزنه پایین می رود ژيروسکوپ نیز می چرخد. بنابراین انرژی پتانسیل گرانشی وزنه باعث ایجاد انرژی جنبشی در ژيروسکوپ نیز می شود. وقتی وزنه به پتانسیل صفر می رسد، تمام انرژی آن به انرژی جنبشی تبدیل شده است. بنابراین می توان نوشت.

$$mgh = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$mgh = \frac{1}{2}m \frac{4h^2}{t^2} + \frac{1}{2}I \frac{4h^2}{r^2t^2}$$

$$I = r^2 \left( \frac{mgt^2}{2h} - m \right)$$

m جرم وزنه و نگهدارنده وزنه

h طول مسیر

r شعاع محوری است که نخ به دور آن پیچیده شده است.

۸. به این ترتیب با رها کردن وزنه از ارتفاع h و m و t و I بدست می آید. آزمایش را با وزنه های ۱۰۰ و ۲۰۰ و ۳۰۰ گرم تکرار کنید و متوسط I را بدست آورید. ضمن انجام آزمایش جدول زیر را کامل کنید.

ردیف	$m(kg)$	$r(m)$	$h(m)$	$T^2(s^2)$	$I$	$t$
۱						
۲						
۳						
۴						
۵						
۶						